

Poissonovo číslo - je to podíl podélného přírůstku
zkrácení a poměrného prodloužení

Poissonovo číslo a modul pružnosti v tahu
jednosměrně elasta (kterými je deformován)
vlastnosti materiálu v pružné oblasti.

Příklad: 4.25, 4.26 Dů

4.24 - předrost / 4.22 zkonstat
4.23

Změna průřezu a objemu

Krychle se stranou $a = 1 \text{ mm}$
 $S = a^2 = 1 \text{ mm}^2$
 $V = a^3 = 1 \text{ mm}^3$

Po deformaci $\Delta a = \epsilon$ $\leftarrow \epsilon = \frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta a}{1}$ %
 $a' = a(1 + \epsilon) = 1 + \epsilon$

příčný roztah $\left| \frac{\epsilon_x}{\epsilon} \right| = \mu$

$$a(1 + \epsilon_x) = (1 - \mu \epsilon)$$

$$s' = (1 - \mu \epsilon)^2 = 1 - 2\mu \epsilon + \mu^2 \epsilon^2$$

zanedbáme

$$\approx 1 - 2\mu \epsilon$$

$$V' = s' \cdot a' = (1 - 2\mu \epsilon)(1 + \epsilon) =$$
$$= 1 - 2\mu \epsilon + \epsilon - 2\mu \epsilon^2$$

zanedbáme

$$\Delta V = V - V' = 1 - 1 + 2\mu \epsilon - \epsilon =$$
$$= 2\mu \epsilon - \epsilon$$

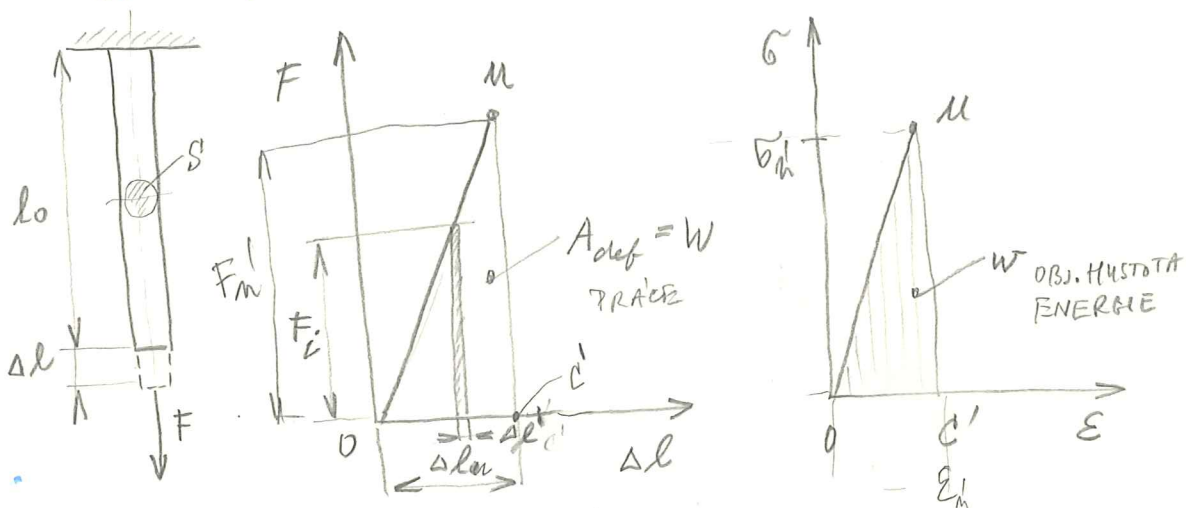
$\Delta V = \epsilon(2\mu - 1)$

DEFORMAČNÍ PRÁCE A OBJEMOVÁ HUSTOTA

DEF. ENERGIE

Zatížený prut pilou se prodlouží - síla ková práci - práce deformací. Práce = energie a po odlehčení prut práci (energií) uvolní. Příkladem je diamentová pila.

Výsledek provedeme pomocí diagramu σ, ϵ v tabulce



2A (8)
13.9.99
4.23 } ve
4.24 } štět
4.22 zkon
Dů 4.25
4.26

$$\Delta A_i = F_i \Delta l_i'$$

$$A_{def} = \sum \Delta A_i = \sum F_i \Delta l_i' = \frac{1}{2} F_n \Delta l_n = W_n \quad \begin{matrix} [N \cdot m] \\ [J] \end{matrix}$$

$$\underline{A_{def} = \frac{1}{2} F_n \Delta l_n \quad [J]}$$

Práce deformací dělena objemem =

= objemová hustota deformací energie

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\frac{1}{2} F \Delta l}{S l \epsilon} = \frac{1}{2} \sigma \epsilon \quad [J \cdot m^{-3}]$$

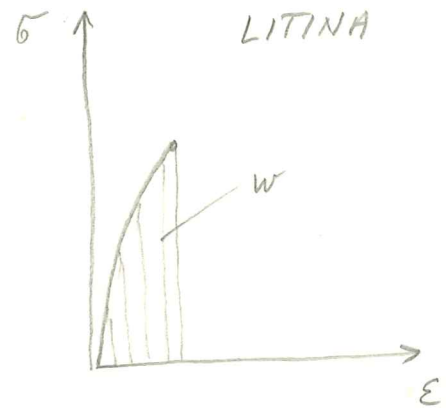
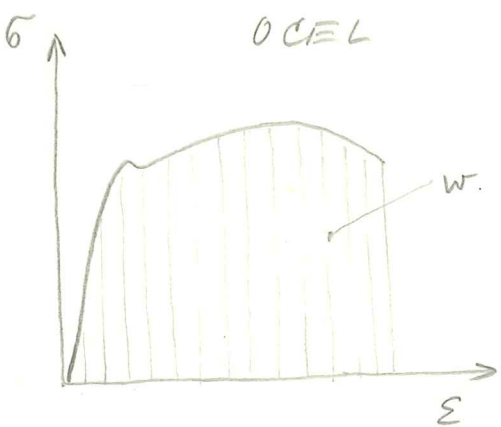
$$w = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} \quad \leftarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$[w] = \frac{Pa^2}{Pa} = Pa = Nm^{-2} = Nm \cdot m^{-3} = J \cdot m^{-3}!$$

2A (9)
14.9.99

$\frac{1}{2} \sigma \epsilon$ - představuje plochu $\Delta OUC'$ jak v diagramu σ, ϵ je plocha rovná w

BT
Přeměna



Celková velikost objemové def. energie v σ, ϵ je rovna ploše pod křivkou a je mírou houževnatosti materiálu.

Objemová hustota def. energie není materiálovou konstantou, protože velmi závisí na typu a stadiu deformace. (není porovnatelná s mateř. listem δ_{ss})

PROVNÁNÍ KŘEHKÝCH A HOUŽEVNATÝCH MATERIÁLŮ

Charakteristickým houževnatého a kráječného materiálu je:

- a) velká řadnost $\delta = \epsilon_{max} [\%]$
- b) velká kontrakce ψ v $[\%]$
- c) velká objemová hustota def. energie

Houževnatý materiál $\delta = 20 \div 25\%$
 Kráječ $\delta = 0,5 \div 0,6\%$

Kráječ nemá úrodnost a má malou hustotu def. energie (plocha pod křivkou σ, ϵ)

Rásově zatížení práček houževnaté materiálu dobře, tedy se velmi málo, nenabou převést energii rázu a přeměnit ji v deformační práci. Tím je dána volba materiálu pro konstrukce, kde se vyskytují rázy.

KLÍKOVÝ
HŘÍDEL

DOVOLENÉ NAPĚTÍ VTAHU A TLAKU,
MÍRA BEZPEČNOSTI

Konstrukce nemůže připustit porušení ani
prvku deformací. Připustit jen určitou velikost
t.z. dovolené napětí

Dovolené napětí je vždy menší než σ_u .
 σ_u se z diagramu přáko určuje.
Dovol. napětí se určuje z meze kluzu σ_k ,
nebo z meze pevnosti σ_p .

Dovolené napětí:

$$\sigma_D = \frac{\sigma_k}{k_1} \quad \tilde{\sigma}_D = \frac{\tilde{\sigma}_k}{k_1}$$

$$\sigma_D = \frac{\sigma_p}{k_2} \quad \tilde{\sigma}_D = \frac{\tilde{\sigma}_p}{k_2}$$

k_1 } míra bezpečnosti
 k_2 }

$k_1 = 1,6 \div 1,7$... z meze kluzu
 $k_2 = 2,5 \div 3,5$... z meze pevnosti

Parametry:

Parametry - uhlíková ocel do 700 MPa ... $\sigma_{kt} = (0,5 \div 0,6) \sigma_{PE}$ *
- legovaná ocel ... $\sigma_{kt} = (0,75 \div 0,8) \sigma_{PE}$

Uvedené hodnoty platí pro statičké zatížení

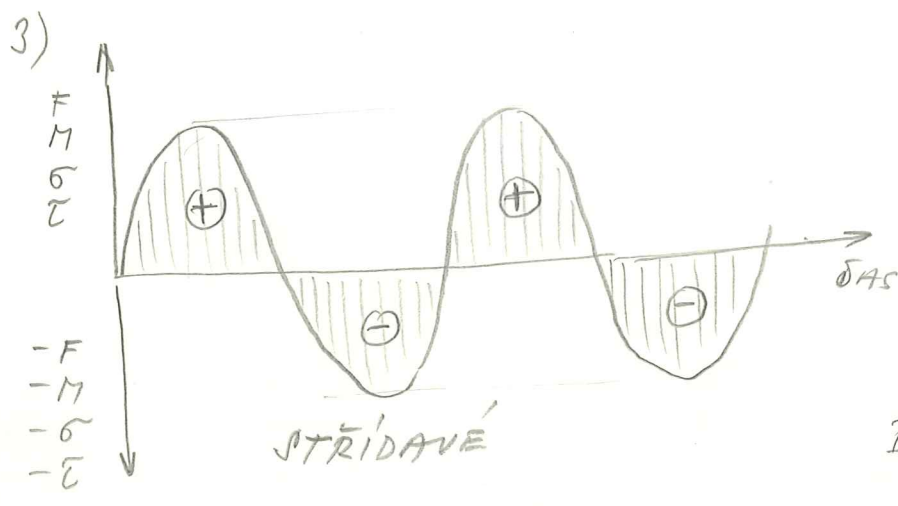
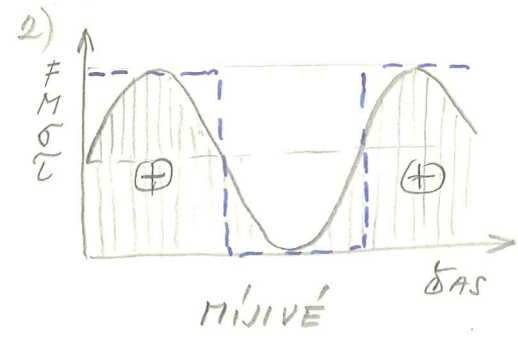
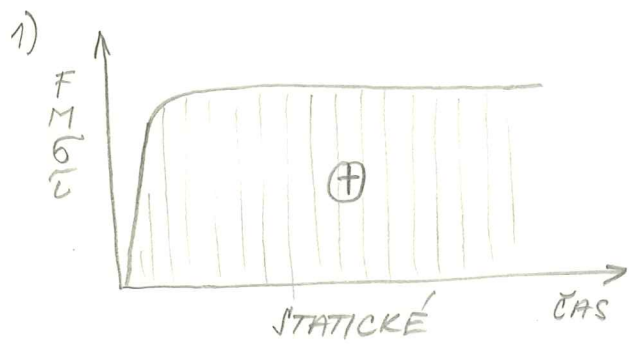
Pro křehké materiály $k = 5 \div 6$
pro dřevu $k = 2 \div 3,5$ ST 55 ✓

Jiná ČSN ... dle druhu zatížení
zvl. pro letadla

Zatížení podle:

- 1) Statičké - nemění se s časem
- 2) Míjivá - z nuly od nuly do maxima
(v tahu, tlaku, střihu)
- 3) Střídavá - z maxima \ominus do maxima
 \oplus hodnoty

$k = 1,1$
 $k = 1,05$
Dů 4,19
4,25



PŘÍKLADY ZATÍŽENÍ!

Dovolené napětí pro:

- MÍJIVÉ ZATÍŽENÍ
- STŘÍDAVÉ ZATÍŽENÍ

$$\sigma_{DII} = c_{II} \cdot \sigma_{DI} \text{ — stabilizace}$$

$$\sigma_{DIII} = c_{III} \cdot \sigma_{DI}$$

$$\left. \begin{matrix} c_{II} = \\ c_{III} = \end{matrix} \right\} \frac{1}{n} \text{ ve stroji: tabulka str. 55, str. 56, 57}$$

Pro vybrané materiály uvedeno v učebnici str. 61 *

VÝPOČTOVÁ ROVNICE PRO TAH A TLAK
Z HLEDISKA PŘÍPUSTNÉHO NAPĚTÍ

$$\sigma_{max}(t,d) = \frac{F}{S} \leq \sigma_{D(t,d)} \quad \sigma_{DII} \text{ nebo } \sigma_{DIII}$$

2A (10)
15.9.99

1) KONTROLNÍ VÝPOČET

Urdujete ve nebezpečný průřez.
Odstupňované průřez se silami kontrolujete všude!

Pro kontrolní výpočet má rovnice tvar

$$\underline{\underline{\sigma_{\max}(t,d) = \frac{F}{S} \leq \sigma_D(t,d)}}$$

2) NAVRHOVÝ VÝPOČET

Navrhujeme průřez

$$\underline{\underline{S_{\min} \geq \frac{F}{\sigma_D}}}$$

Voliťe nejbližší výsledek normalizovaný průřez $\pm 5\%$

3) VÝPOČET VNOSNOSTI

Je dána velikost průřezu a dovol. napětí

Ptal se jak velkou sílu může prut přenášet

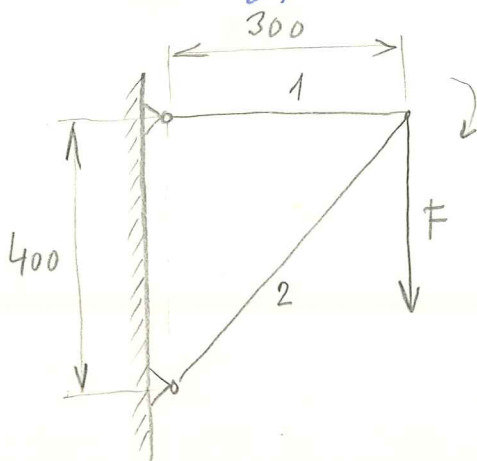
$$\underline{\underline{F_{\max} \leq \sigma_D \cdot S}}$$

Příklad:

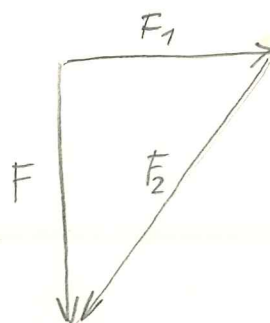
Určete deformaci prutu, objemovou hustotu def. energie a změnu objemu u prutu 1.

$F = 4 \cdot 10^4 \text{ N}$; $k_1 = 1,5$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $\rho = 11600$

Kruhový průřez prutu 1 a způsob zatížení I - statické



ŘEŠENÍ SIL GRAFICKY



$$F_1 = 3 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$F_2 = 5 \cdot 10^4 \text{ N}$$

40 mm
1 mm Δ 10^4 N

Síla F_2 je tlaková a namáhá prut na vzper,
proto se bude na namáhání prutu 2 podílet

- z materiálu 11 600 $\sigma_{Pt} = 600 \text{ MPa}$ (minimální)

- pro materiál do 700 MPa ... $\sigma_{kt} = 0,6 \sigma_{Pt}$
 $= 360 \text{ MPa}$

$$\sigma_{Dt} = \frac{\sigma_{kt}}{k_1} = \frac{360}{1,5} = \underline{\underline{240 \text{ MPa}}}$$

$$S_1 = \frac{F_1}{\sigma_{Dt}} = \frac{3 \cdot 10^4}{240} = 125 \text{ mm}^2$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{4S_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 125}{\pi}} = \underline{\underline{12,6 \text{ mm}}}$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon \Rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{240}{2 \cdot 10^5} = \underline{\underline{1,2 \cdot 10^{-3}}}$$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \Rightarrow \Delta l = l \cdot \epsilon = 300 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{0,36 \text{ mm}}}$$

$$A_{def} = \frac{1}{2} F \Delta l = \frac{1}{2} 3 \cdot 10^4 \cdot \frac{0,36 \cdot 10^{-3}}{[m]} = \underline{\underline{5,4 \text{ J}}}$$

$$w = \frac{1}{2} \sigma \epsilon = \frac{1}{2} 240 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 = \underline{\underline{1,44 \cdot 10^5 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}}}$$

$$\Delta V = \epsilon (2\mu - 1) = -0,4 \epsilon = -0,4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{-4,8 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^3}}$$

$\mu = 0,3$
pro ocel

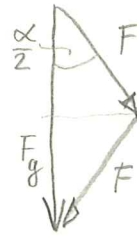
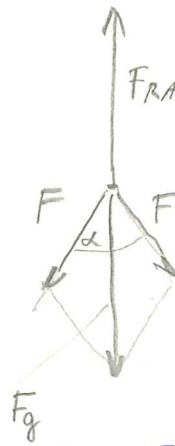
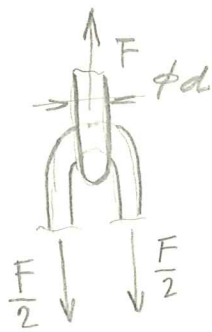
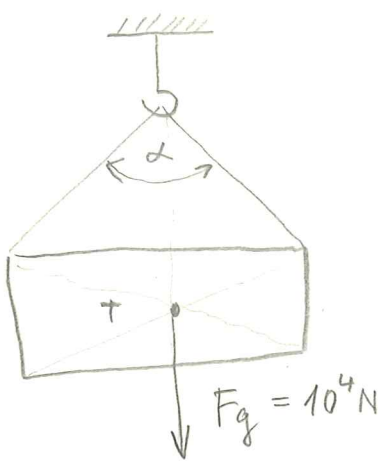
2.A (11)
20.9.99
Průt 2 - VZPER

Příklad

Bedy různé síly, ale stejné síly $F_g = 10^4 \text{ N}$
jsou vedeny jedním prutem etalového sekce
konstantní délky.

Máme určit, jak se mění síla v sekce
a jak je ϕ stanov v závislosti na úhlu α
Sestrojte diagram $F - \alpha$; $d - \alpha$

$$\sigma_{Dt} = 60 \text{ MPa}$$



Roobor u'loly: pri konstantni delce nitosu a zmodos
 sily bedny b se bude munit utel d.
 Sila v nitosu bude zalviset na utel d

7C

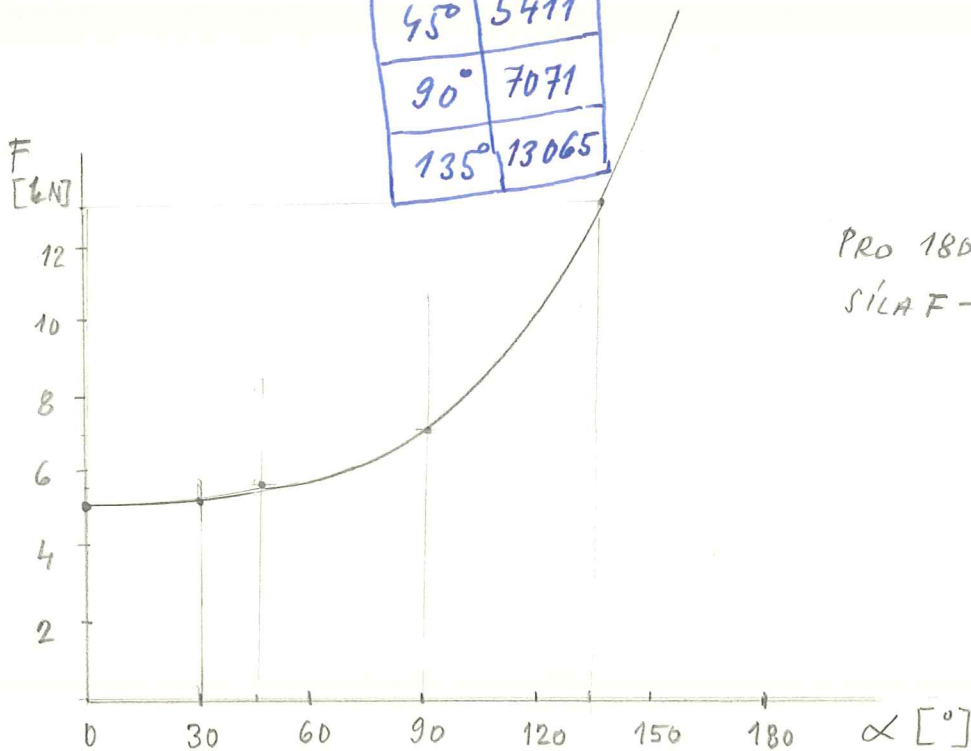
Reseni: - uvolneni, urdeni $F_{RA} = F_g$
 - v'pocet, nebo graficky reseni $F = f(\alpha)$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{F_g}{2}}{F} \implies F = \frac{F_g}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}$$

tab.

α	F
0°	5000
30°	5176
45°	5411
90°	7071
135°	13065

$$F_{\alpha} = \frac{10000}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}$$



PRO 180° -
 SILA F → ∞

$$\sigma = \frac{F/2}{S} \leq \sigma_{Dt}$$

$$S = \frac{F/2}{\sigma_{Dt}}$$

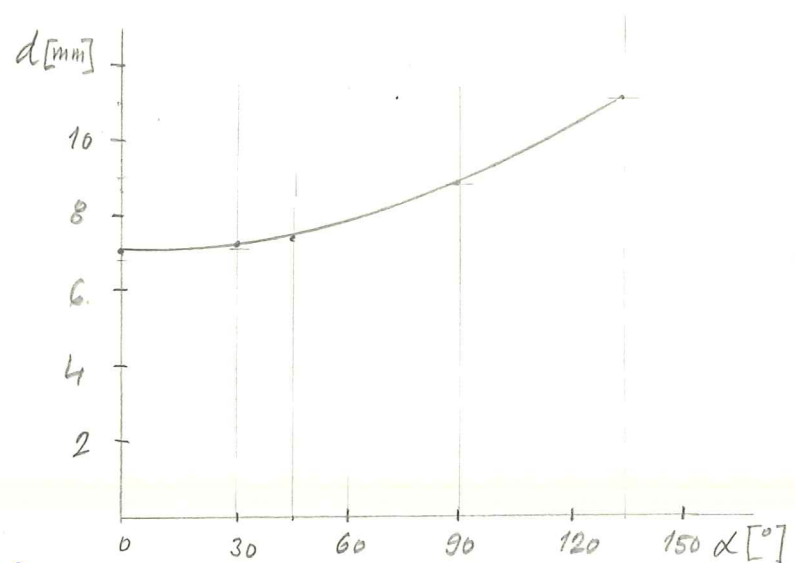
$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{F/2}{\sigma_{Dt}} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{2F}{\pi \sigma_{Dt}}}$$

$$d_{\alpha=0} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10000}{\pi \cdot 60}} = 7,3 \text{ mm}$$

$$d \approx 0,103 \sqrt{F_{\alpha}}$$

α°	$d[\text{mm}]$
0	7,3
30°	7,4
45°	7,5
90°	8,65
135°	11,6



Závěr: Síla od 90° prudce stoupá a při úhlu 180° dosahuje maximální reálnou hodnotu. σ
 Napětí podle úhlu se mění, ale průměr d podle rovnice (přibližně konstantní)

NIKDY NEPOUŽÍVAT K UVAZOVÁNÍ
 BŘEMEN KRÁTKÉ ŘETĚZY

Poznámka: Skutečné napětí je vektor, protože jsme zanedbali vektorové namáhání vláknem pletivem. (můžou být kdekoli!)

NAPĚTÍ VZNIKLE TĚPLEM

V praxi jsou stejné podmínky místo napětí od zatěžování tlc, roztažení a drojice pil jisto teplem.

Tepelnou roztažnost zvažne v fyzik.

- Průtoková konstrukce - uložení jedné konce ra válečků
- Potrubí - kompenzační prvky (hřa)
- Ujednání podmínky při ra ba zování rá kol ho zle zrušit kol, oděrní, lodisek add. trubný rovec setrovač autu autu

$$\underline{\Delta l_t = l_0 \alpha_t \Delta t \text{ [mm]}}$$

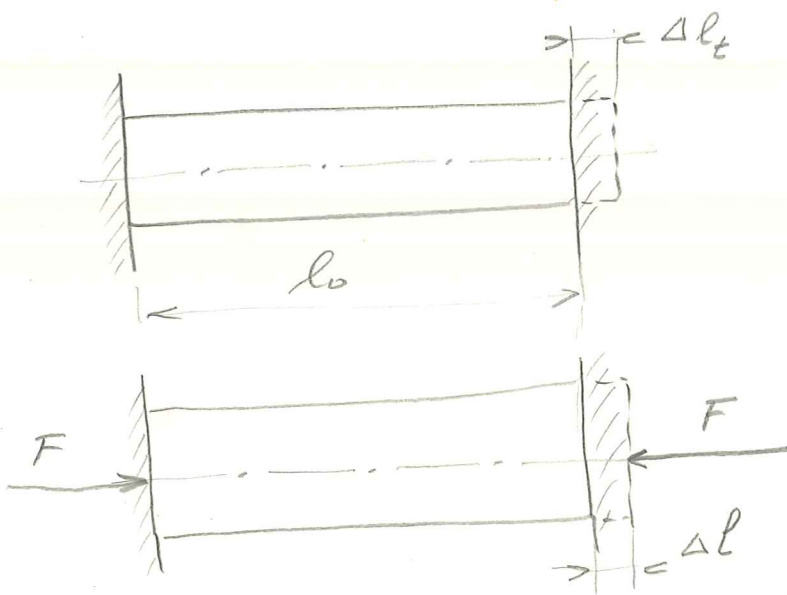
l_0 - původní (střední) délka

Δt - rozdíl teplot

α_t - součinitel roztaž.

pro ocel

$$\alpha_t = 12 \cdot 10^{-6} \text{ [K}^{-1}\text{]}$$



$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\Delta l_t = \Delta l$$

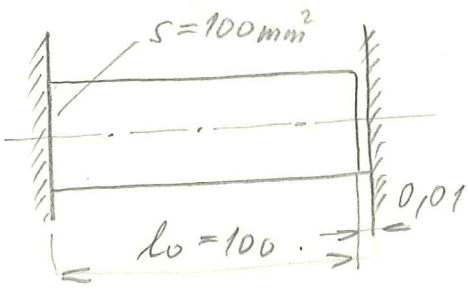
$$l_0 \alpha_t \Delta t = \frac{\sigma}{E} l_0$$

$$\underline{\underline{\sigma = E \alpha_t \Delta t \text{ [MPa]}}}$$

$$\underline{\underline{\Delta l = \frac{\sigma l_0}{E}}}$$

Ze vztahu vidíme, že napětí nezávisí na délce, ale jen na materiálovém koeficientu a na rozdíl teplot.

Příklad: Tyč o hmotnostní oceli je vložená
 průměří 0,01 mm mezi ocelové desky.
 Tyč má délku $l_0 = 100 \text{ mm}$; $S = 100 \text{ mm}^2$
 ohřátí je $\sigma \Delta t = 50^\circ \text{C}$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
 $\alpha_t = 1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, vypočítejte napětí,
 které v tyči vznikne.



$$1) \Delta l = l_0 \alpha_t \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta l}{l_0 \alpha_t} = \frac{0,01}{100 \cdot 10^{-5}} = 0,01 \cdot 10^3 = \underline{\underline{10^\circ \text{C}}}$$

Mezera 0,01 vyplní protožnadně tyč ohřátá
 žiř $\sigma 10^\circ \text{C}$

2) Na vznik napětí v tyči bude ohřát 40°C

$$\sigma = E \alpha_t \Delta t = 2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-5} \cdot 40 = \underline{\underline{80 \text{ MPa}}}$$

3) Síla v prvku

$$F = S \cdot \sigma = 100 \cdot 80 = \underline{\underline{8000 \text{ N}}}$$

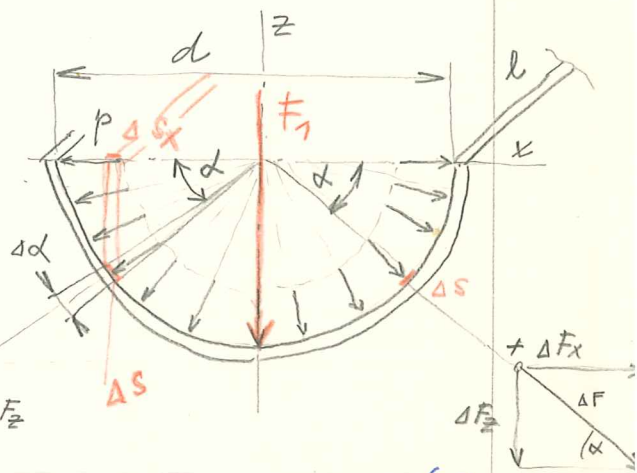
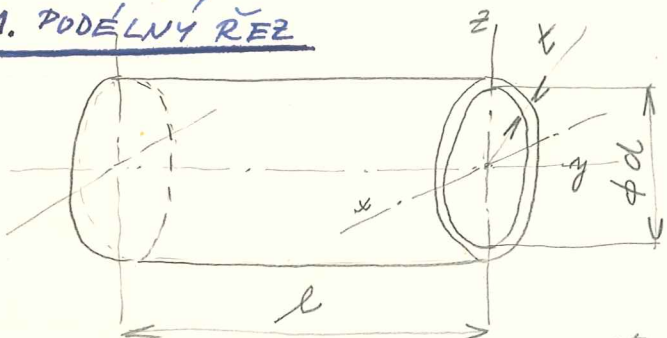
Poznámka: Cvičení z TĚK - 1 E
 vznik axiálního příž, pokud
 jednos o loditek nebude vložen
 u hřídle prvku.

TENKOSTĚNNÉ NÁDOBY S VNITŘNÍM

PŘETLAKEM

Tenkost. nádoba je válcová nebo kužlová nádoba
 kde $t \leq \frac{d}{30}$ a předpokládá se rovnoměrné pořadí
úspěchu. Potrubí, záložníky, plynáři, kapaliny.

1. PODELNÝ ŘEZ



$$\Delta F = p \Delta S$$

Rovnovážka: $\sum \Delta F_x = 0 \dots \dots 0$
 $\sum \Delta F_z = 0$

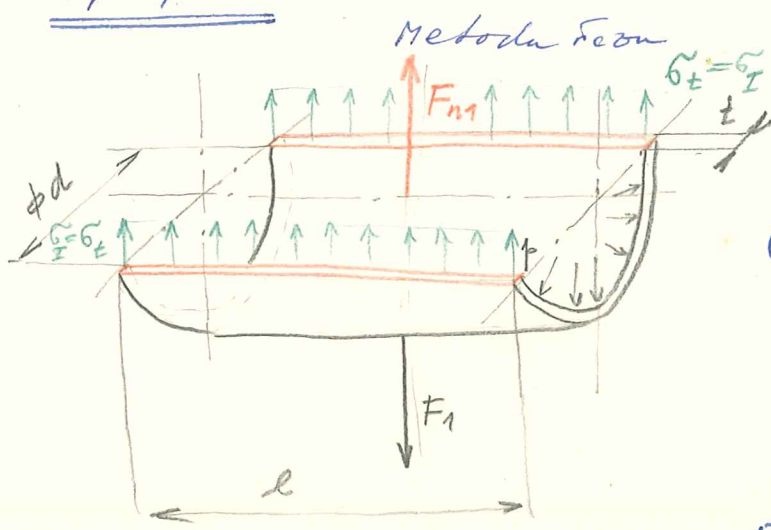
Pozn. Tlak se šíří všemi směry rovnoměrně (fyzika - Pascalův z.)

$$\Delta F_z = \Delta F \sin \alpha = p \Delta S \sin \alpha = p \Delta S_x$$

$$F_z = \Delta F_z = \sum p \Delta S_x = p \sum \Delta S_x = p \frac{d}{2} l \dots \text{pro } \alpha = 0 \div 90^\circ$$

$$F_1 = 2 F_z = 2 p \frac{d}{2} l = p d l$$

$$\underline{F_1 = p d l}$$



$$\sigma_I = \frac{F_{m1}}{s_1} = \frac{F_1}{s_1} = \frac{p d l}{2 l t}$$

$$\sigma_I = \frac{p d}{2 t}$$

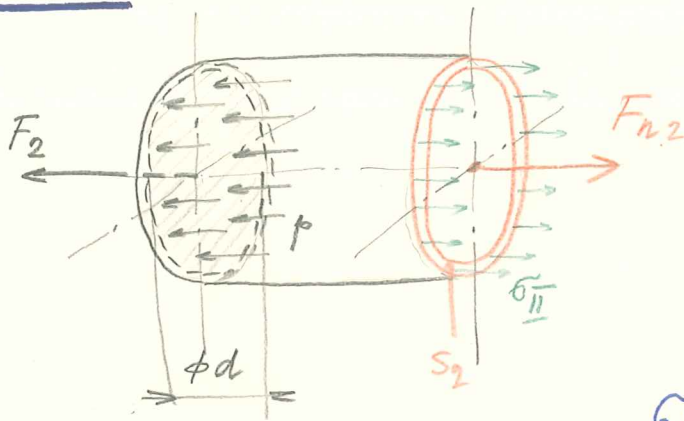
$$\sigma_I \leq \sigma_{Dt}$$

$$t \geq \frac{p d}{2 \sigma_{Dt}}$$

$$[t] = \frac{MPa \cdot mm}{MPa} = mm$$

28
29.9.

2. PŘÍČNÝ ŘEZ



$$F_2 = p \frac{\pi d^2}{4}$$

$$F_{N2} = \pi d t$$

$$\sigma_{II} \leq \sigma_{Dt}$$

$$\sigma_{II} = \frac{F_{N2}}{S_2} = \frac{p \pi d^2}{4 \pi d t}$$

$$\sigma_{II} = \frac{p d}{4 t}$$

$$t \geq \frac{p d}{4 \sigma_{Dt}} \quad [\text{mm}]$$

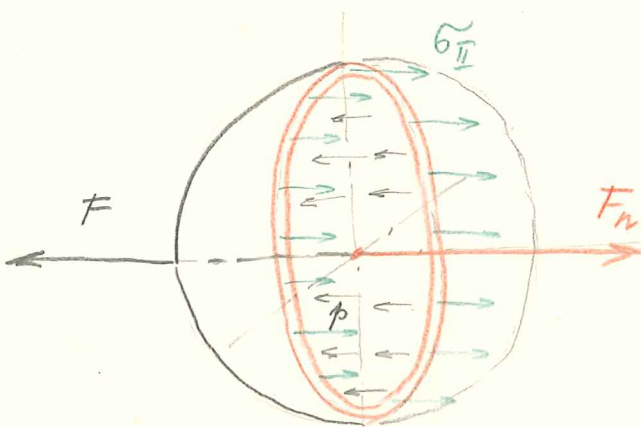
Závěr: - Napětí v příčném řezu je polovišmi než v podélném $\sigma_{II} = \frac{\sigma_I}{2}$

- Návrh nádob - tloušťka výrobku
z hodnot podélného řezu

- Délka nádoby se ne vztahuje k rychlosti (přetok)

- Tloušťka zůstává v úhlu materiálu
kocou.

KULOVÉ NÁDOBY



$$\sigma_{II} = \frac{p d}{4 t} = \sigma_{Dt}$$

$$t \geq \frac{p d}{4 \sigma_{Dt}}$$

Tloušťka stěny je polovišmi než u nádoby válcové.
Proto všude tam, kde je to možné volíme nádoby
kulovitého tvaru.

Vagony, lodě, průmysl atd.

Příklad: Navrhnete potrubí pro Aluovou vodu
 $p = 2,5 \text{ MPa}$ A. vnitřním průměrem $d = 152 \text{ mm}$
 $když \sigma_{Dt} = 50 \text{ MPa}$

$$t \geq \frac{dp}{2\sigma_{Dt}} = \frac{152 \cdot 2,5}{2 \cdot 50} = \underline{\underline{3,8 \text{ mm}}}$$

✓ zvolíme průměrem $\phi 152 \times 4,5 \text{ mm}$

$$t < \frac{d}{30} \neq \quad t < \frac{152}{30}$$

$$4,5 < \frac{152}{30} \text{ (vyhovuje)}$$

PE. 4.71 Stříkačnice

47 - 2E

4.69 do
4.72

$\frac{dh'}{4.69}$
4.72
2D - 16.3.

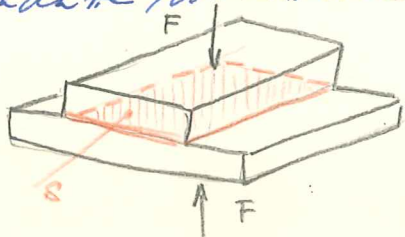
Kontrolní práce

TLAK VE STYČNÝCH PLOCHÁCH

Soudáči se setkávají při přenosu síle přitlač.
 (šp. - lodisko, náboj - pers. atd). Tlak ve styčných plochách
netmá přetopit při prouzení lodisku. - Podpatek, podlaha
 Nebude se mraďovat šly dnov náleži rebo truhl?

1. ROVINNÁ STYČNÁ PLOCHA

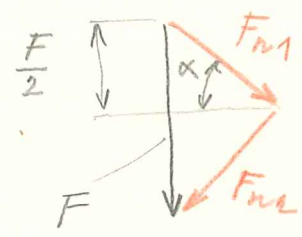
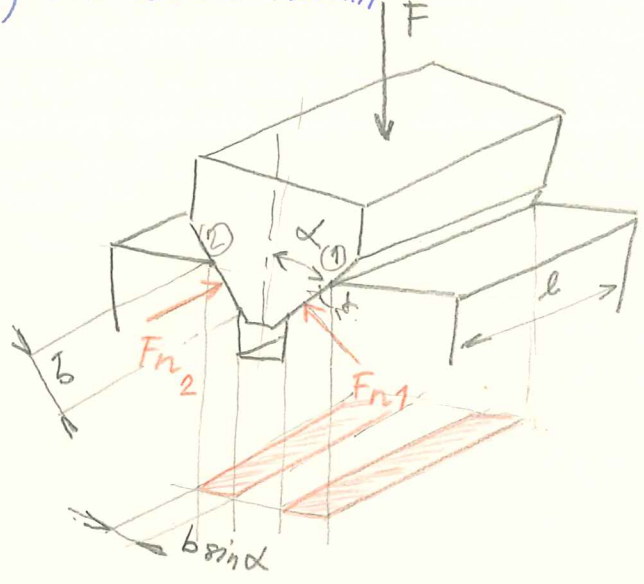
a) ROVNÁ
 Předpokládáme rovinnou položením složen



$$p = \frac{F}{S} \text{ [MPa]} \text{ [N. mm}^{-2}\text{]}$$

2E
14.9.

b) KLÍNOVÁ PLOCHA



$$F_{n1} = F_{n2} = F \frac{1}{2 \sin \alpha}$$

$$p = \frac{F_{n1}}{s} = \frac{F_{n1}}{b \cdot l} = \frac{F}{2bl \sin \alpha}$$

$$p = \frac{F}{2l(b \sin \alpha)}$$

1,13
2,10

Tlak je pomer zátlačující síly a průměru plochy kolmo na směr síly.

V obou uvedených případech musí platit

$$p \leq p_D$$

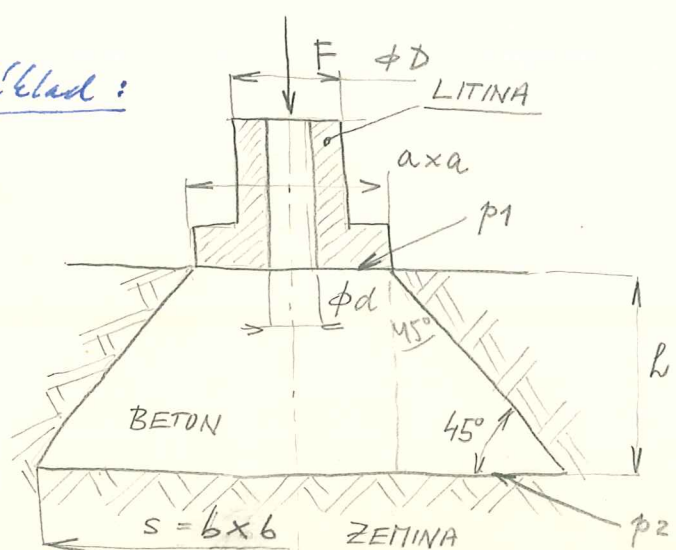
Veličost p_D závisí na σ_{pD} ^{nebo σ_{kD}} u podstaty p zejména mezi se klidu nebo požbu soudáři, výroby a kvality opracování plochy.

2F
6,10,98

pro klid $p_D = (0,7 \div 0,9) \sigma_{pD}$

V praxi - uložení stroje na základ (litina, tvrdý, obráběná stroje a td)

Příklad:



Litina 42 24 30

$$\sigma_{pD} = 165 \div 170 \text{ MPa}$$

(str. 61)

volíme $\sigma_{pD} = 150 \text{ MPa}$

- b) Tlak mezi závitovým - prosvětkem (dlh - souosáhlami)
- přířezem klínem n.č. TEK
 - perem — obr.
 - rytkem a pod.

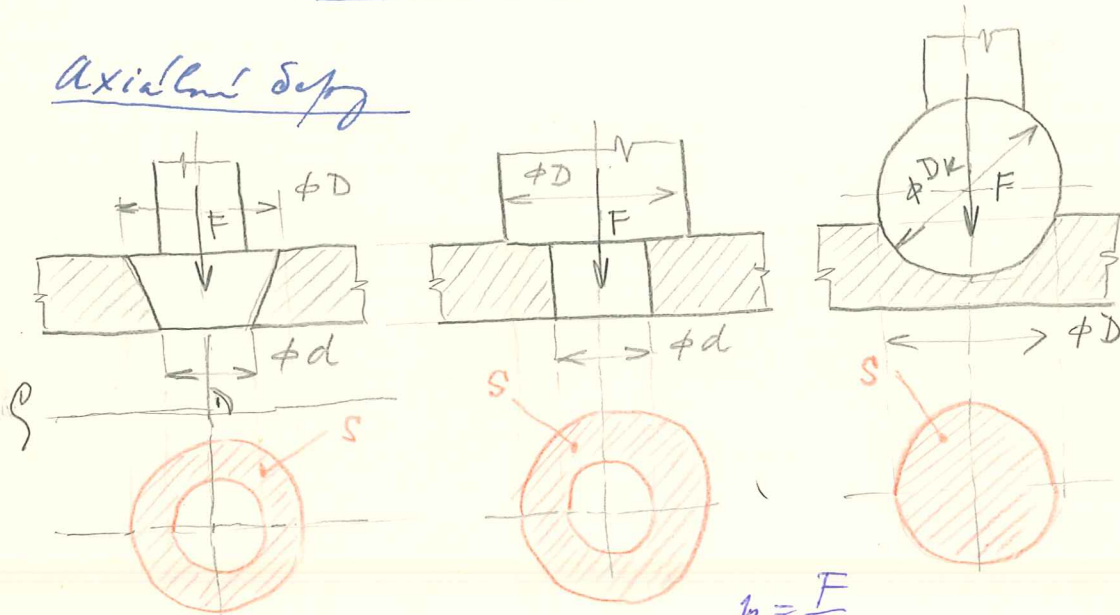
Styčná plocha - průměr do povrchu kolmé k nositelce síly

$p_D = 1,6 \sigma_{Dd}$ ve stavbě strojí

$p_D = 2,0 \sigma_{Dd}$ u rytku

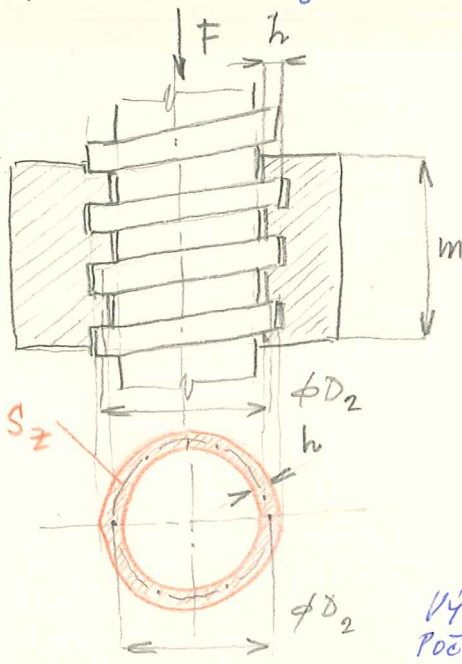
OBRAZEK
KOLÍK DVOUSTRĚŽNÝ

Axiální spoj



$p = \frac{F}{S}$

Výpočet výšky matice



$S_c = \pi D_2 h n \text{ [mm}^2\text{]}$

- D_2 - střední ϕ závitu
- h - normální hloubka závitu
- n - počet závitů matice

$p = \frac{F}{S_c} = \frac{F}{\pi D_2 h n} \leq p_D$

$n = \frac{F}{\pi D_2 h p_D} \text{ [1]}$

VÝPOČET POČTU ZÁVITŮ

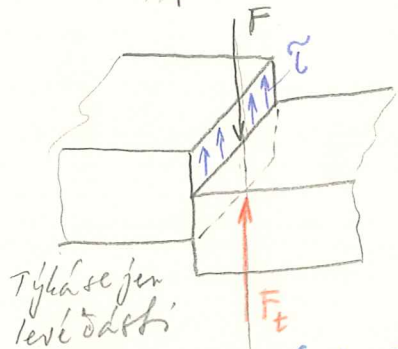
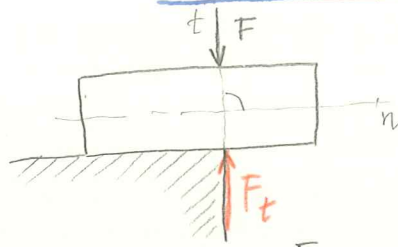
VÝŠKA MATICE

$m = n \cdot s = \frac{F \cdot s}{\pi D_2 h p_D} \text{ [mm]}$

P - stoupání matice

PŘÍKL
4.96
Dn
4.97
4.98

NAMÁHANÍ PROSTÝM SMYKEM

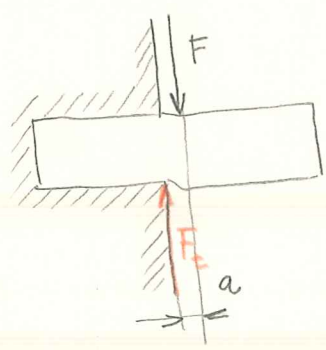


- Teoretický způsob namáhání:
- stejné opodně síly leží na jedné ose telce
 - proložení / šedí těm
 - leží v namáhaném průřezu

Materiál se brání proti posuvu.
 Pouze v tomto teoretickém případě je napětí rovnoměrně rozloženo.

Tento ideální případ nastává u tzv. střížání bez vůle nebo s vůlí jen o velikosti pětin mm.

V praxi je situace jiná, kromě posuvu nastává ještě ohyb drobnou silou $F \cdot a$



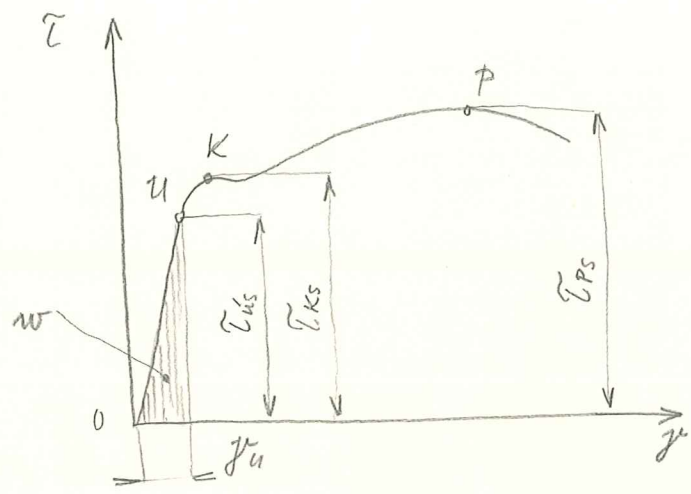
- Výsledt používáme:
- další rovnice
 - kóli tu
 - sílu
 - ty tu
 - brání

Tedy ohyb zanedbáváme.

$$\tau_{max} = \frac{F}{n S_{mia}} \leq \tau_{DS}$$

n - počet současně namáhaných průřezů

Řešení deformací u protičlo souzdu
mebereme v úvahu.



Podobně jako u tahu můžeme provést též. souzdu - diagram $\tau - j$

z diagramu

$\underline{\underline{\tilde{\sigma}_{Ks} \doteq 0,6 \tilde{\sigma}_{Kt}}}$ pro ocel

ZÁKLADNÍ JE ZKONJUKTAHET!

další platí: ocel ... $\tilde{\sigma}_{Ds} \doteq 0,6 \tilde{\sigma}_{Dt}$

litina ... $\tilde{\sigma}_{Ds} \doteq (0,8 \div 1,0) \tilde{\sigma}_{Dt}$

Do meze úpruvnosti platí Hookeův zákon pro smyk

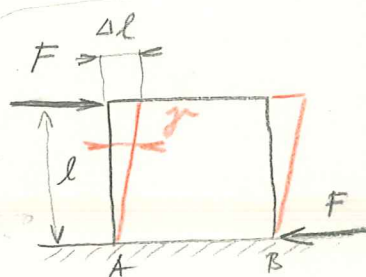
$\underline{\underline{\tilde{\tau} = G \gamma}}$ [MPa] (srovnej s tahem $\tilde{\sigma} = E \epsilon$)

\underline{G} - modul pružnosti ve smyku a závisí na modulu \underline{E} (uváděn v tab.) STROJ. TAB str. 50

Platí vztah

$\underline{\underline{G = \frac{E}{2(1+\mu)}}}$

pro ocel $\mu = 0,3$... $G = 0,385E$
další: $\gamma = \frac{\tilde{\tau}}{G}$ patř pro $\tilde{\tau} = G$ je $\gamma = 1$
 $\gamma = \frac{\Delta l}{l} = 1$ patř $\gamma = 45^\circ$



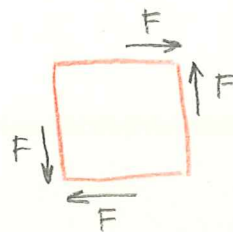
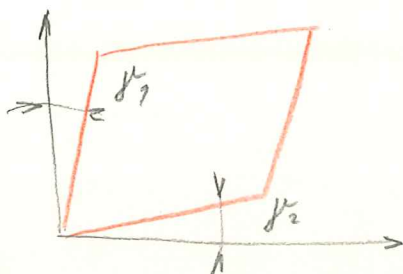
Modul pružnosti ve smyku je tahové napětí, které způsobí posunutí dvou úhlů o 45°

Dosažením do Hookeova zákona $\gamma = \frac{\Delta l}{l}$ i $\tilde{\tau} = \frac{F}{S}$

$\underline{\underline{\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{GS}}}$

GS - tuhost ve smyku

Plánová deformace $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$



UVOLNĚNÝ ELEMENT (JINAK BY SE OTÁČEL)

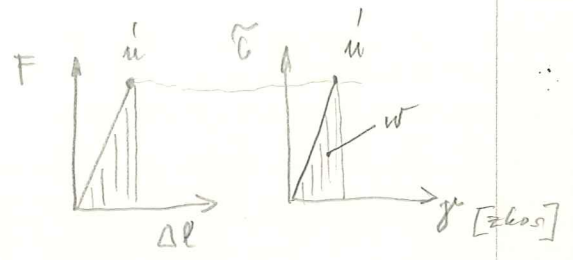
2B.
G.10.
Din

Porovnáme s tahem - při normálovém napětí se prozatímloch hran roztáhne a souhrně tedy je napětí (mámi pro elementu) se prac rovnáší roztáh.

Deformační práce

$$A_{def} = \frac{1}{2} F \Delta l$$

$$A_{def} = U$$



Objemová hustota def. energie

$$w = \frac{U}{V} = \frac{U}{S l} = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{S} \right) \left(\frac{\Delta l}{l} \right) = \frac{1}{2} \cdot \tilde{\sigma} \gamma = \frac{\tilde{\sigma}^2}{2G}$$

v diagramu plocha pod křivkou do meze úměrnosti značí w.

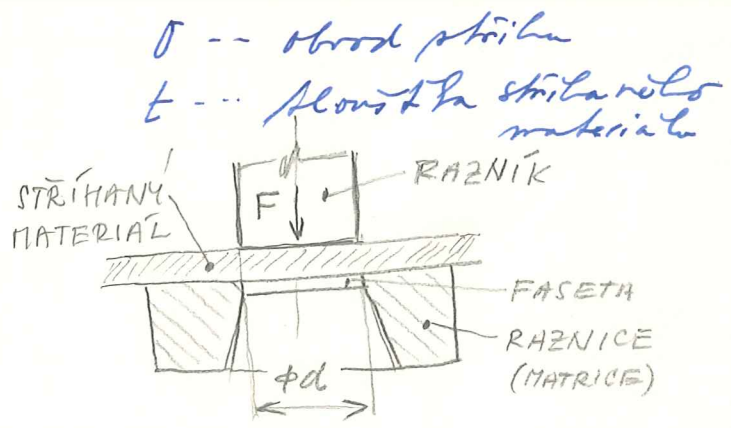
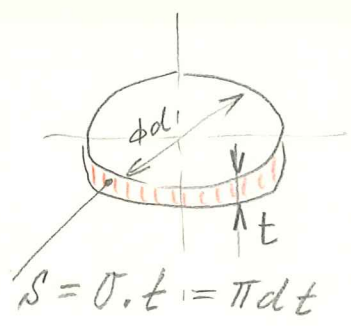
2A
28.9.99

STRÍHÁNÍ MATERIÁLU

Materiál musí být porušen

$$\tilde{\tau}_{max} = \frac{F}{S} = \frac{F}{\sigma t} \geq \tilde{\tau}_{ps} = 0,85 \tau_{ps} \quad 0,6$$

ROZDÍL
MEZI UŠEBNÍCI
A SBÍRICOU-PŘÍKL.



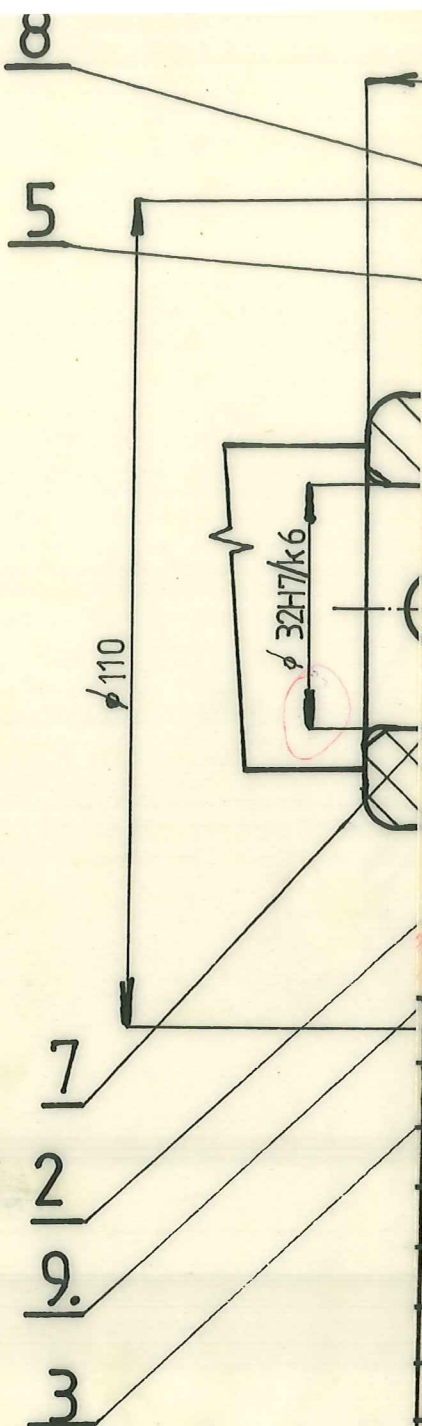
POPIS
(UKÁZKA)

Příklad: Bezpečnostní kolíková spojka - sčísň kolík

Max. přípustný moment $M_{k_{max}} = 780 \text{ Nm}$.

Máme rozřil ϕd kolíku z 11500. (obr.)

VÝKRES



ČSN 02 21 50		1	0,005
ČSN 02 11 85		2	0,005
ČSN 02 11 83		1	0,0076
ČSN 02 25 62		2	0,3
1 - 05 - 21 - 21	11 600	1	0,003
1 - 04 - 21 - 21	11 600	1	0,003
1 - 03 - 21 - 21	11 420	2	1,4
1 - 02 - 21 - 21	42 24 20	1	1,54
1 - 01 - 21 - 21	42 24 20	1	1,93
VÝKR. - NORMA	MATERIÁL	J. MN	HMOT.

STŘEDNÍ PRŮMYSLOVÁ ŠKOLA STROJLIČKÁ
CHRUČÍN

T. O. HMOTNOST kg 6,894 MER. 1:1

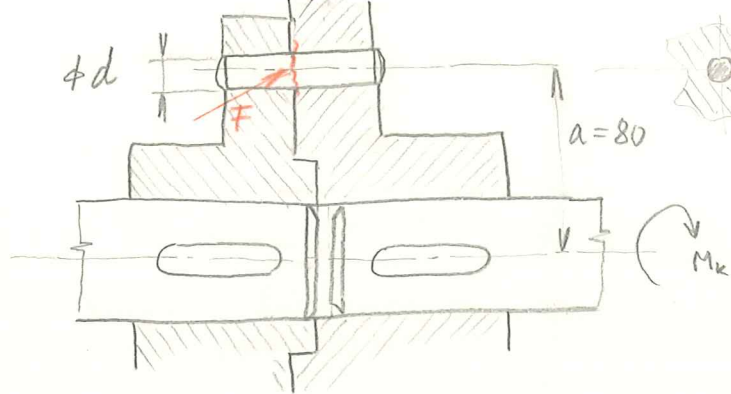
Č. SN. TR. C.

POZN. 1

STAVY V. CV.

1-00-21-21 1

List 1



$M_{kmax} = Fa$
 $F_{max} = \frac{M_{kmax}}{a} = \frac{780 \cdot 10^3}{80} = 9750 \text{ N}$

$\tilde{\sigma}_{DS} = \frac{F}{S} = 0,86_{PE}$

$S = \frac{F}{0,86_{PE}} = \frac{9750}{0,8 \cdot 620} = 19,6 \text{ mm}^2$

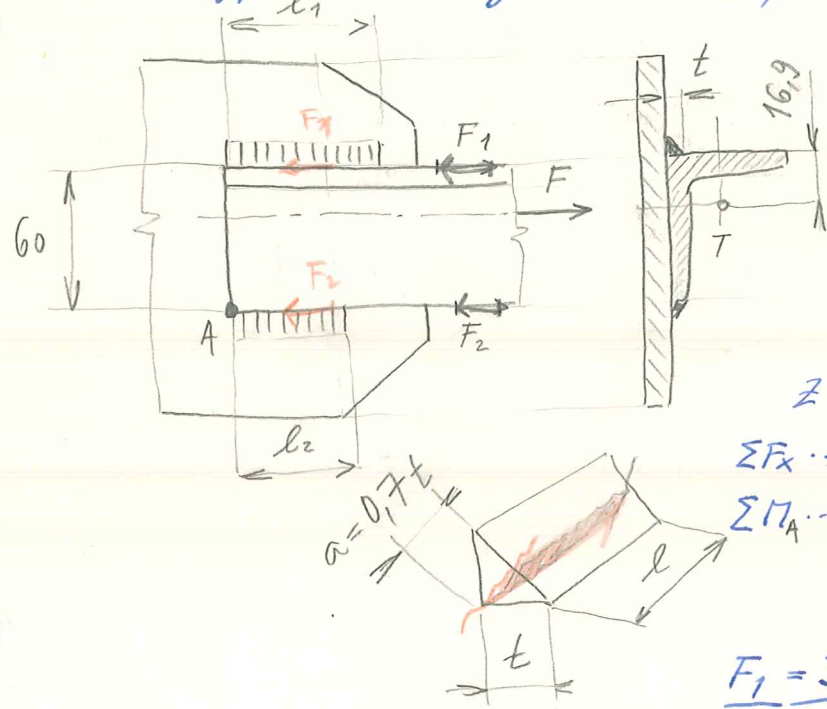
$d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 19,6}{\pi}} = 4,99 \text{ mm}$

d = 5 mm

z tab. str. 61 $\sigma_{PE} = 620 \text{ MPa}$
 (max. hodnota)
 Proso! M500
 nebr ST str. 16

2B.
9.10.

Pr. Vypočet délky kontrolního pruhu.



$F = 42 \cdot 10^3 \text{ N}$
 $\tilde{\sigma}_{DS} = 100 \text{ MPa}$
 $t = 5 \text{ mm}$
 $l_1 = ? ; l_2 = ?$

Z rovnosti sil:

$\Sigma F_x \dots F = F_1 + F_2$
 $\Sigma M_A \dots F_1 \cdot 60 = F \cdot 43,1$
 $F_1 = \frac{42 \cdot 10^3 \cdot 43,1}{60}$

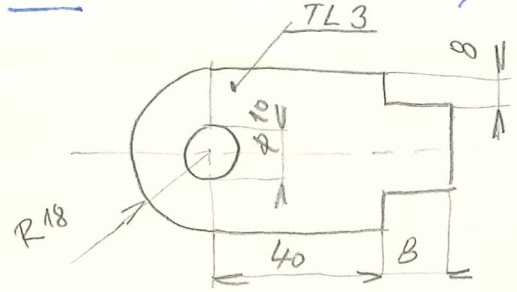
$F_1 = 30,176 \text{ kN}$
 $F_2 = F - F_1 = 11,836 \text{ kN}$

$\tilde{\sigma}_{DS} = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_1}{0,7t \cdot l_1} \Rightarrow l_1 = \frac{F_1}{\tilde{\sigma}_{DS} \cdot 0,7t} = \frac{30170}{100 \cdot 0,7 \cdot 5} = 86,2 \text{ mm}$

podobně: $l_2 = \frac{F_2}{\tilde{\sigma}_{DS} \cdot 0,7t} = \frac{11830}{100 \cdot 0,7 \cdot 5} = 33,8 \text{ mm}$

2C-29.9

Pr. Určit velikost příčné síly $F = ?$



Výsledek ≈ 11370

tab. $\sigma_{PEmax} = 450 \text{ MPa}$ str. 61

stříkaný ocel

$$\sigma = \pi \cdot 18 + \pi \cdot 10 + 2 \cdot 40 + 4 \cdot 8 + 20 = 220 \text{ mm}$$

$$\tilde{\sigma}_{PS} = 0,8 \tilde{\sigma}_{Pt} = 0,8 \cdot 450 = 360 \text{ MPa}$$

$$\tilde{\sigma}_{PS} = \frac{F}{\sigma \cdot t} \Rightarrow F = \tilde{\sigma}_{PS} \cdot \sigma \cdot t = 360 \cdot 220 \cdot 3 = \underline{\underline{237600 \text{ N}}}$$

Poznámka: $\phi 10$ bude šrotován v 1 kroku, obrys v druhém kroku. Na celkovou sílu to nemá vliv. Budete nuceni ale sledovat polohu povrchu obou obrazců a vzhledně přizpůsobit umístění stopky na stroje

Opatování - dle příj. příměrka

	C	D	E
4.39			
4.40			
4.41			
me 4.49			
4.50			
√ 4.51			
√ 4.52			
√ 4.53			
√ 4.54			
me 4.55			
√ 4.56			
4.66	5/10		5/10

KVADRATICKÉ A POLÁRNÍ MOMENTY PRŮŘEZU

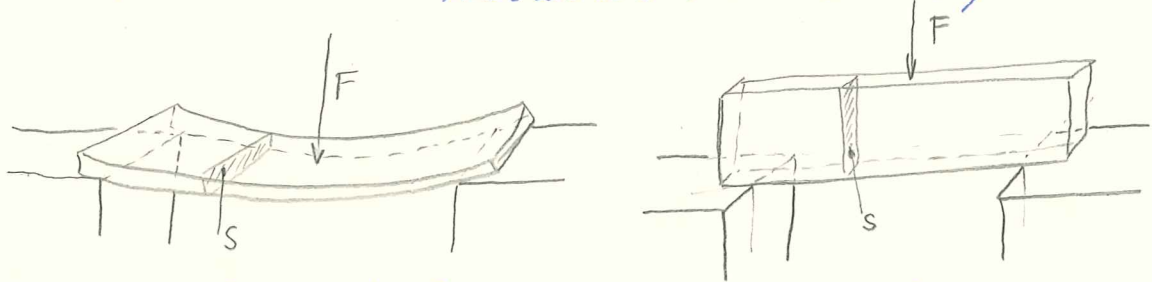
A PRŮŘEZOVÉ MODULY V OHYBU A KRUTU

2.B
10.10.95
42

Tah, tlak, smyč — $F, s, \delta, \bar{\epsilon}, \epsilon, \gamma$ jejich závislost

Kрут a ohyb ^{va vzhled} bude mít závislost jiných veličin

Pokus: ohyb, zjistíme, že deformace ani napětí nezávisí na velikosti průřezu.



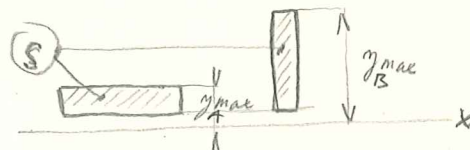
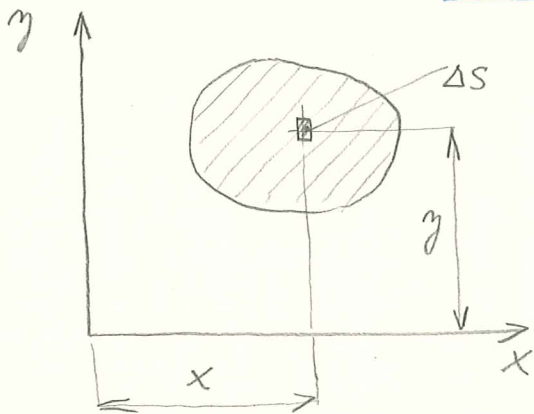
Charakteristickou veličinou není tedy průřez s , ale jiná veličina J v. kvadratický moment průřezu

KVADRATICKÝ MOMENT PRŮŘEZU

Převod J_x, J_y, J_z podle toho ke které ose přičítáme

Je definován:

$$J_x = \sum \Delta s y^2 \quad [\text{mm}^4]$$
$$J_y = \sum \Delta s x^2 \quad [\text{mm}^4]$$



$y_{Amax} < y_{Bmax}$
při stejném průřezu
a výrazně rozdíl
 J_{xA} a J_{xB} vyplývá
jistě z druhé mocniny
 y .

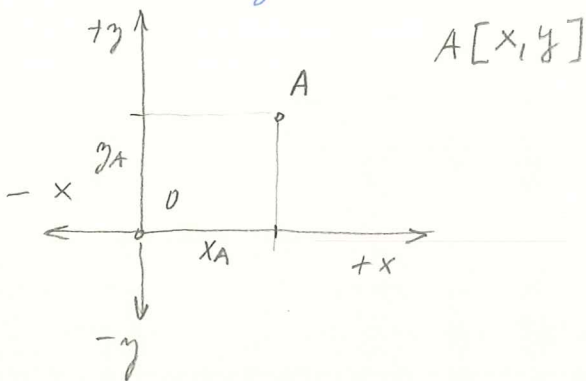
Pozn: Lineární moment průřezu $S \cdot y_T = \sum \Delta s \cdot y$
na př. pro výpočet těžiště

Kvadratický moment průřezu — NEPLATÍ!
 ~~$S \cdot y_T^2 = \sum \Delta s y^2$~~

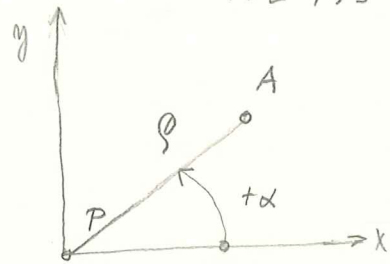
VZTAH MEZI KUADRATICKÝM A POLÁRNÍM MOMENTEM PRŮŘEZU

Opačování:

Pravouhlý (kartézský) systém



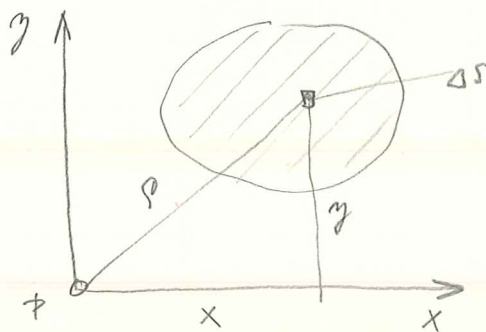
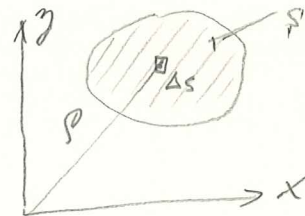
Polární souřadnice A[ρ, φ]



2A (18)
1.10.99

POLÁRNÍ MOMENT PRŮŘEZU — používáme pro část

$$\underline{J_p = \sum \Delta s \rho^2 \text{ [mm}^4\text{]}}$$



$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

$$J_p = \sum \Delta s \rho^2 = \sum \Delta s (x^2 + y^2) = \sum \Delta s x^2 + \sum \Delta s y^2 = J_y + J_x$$

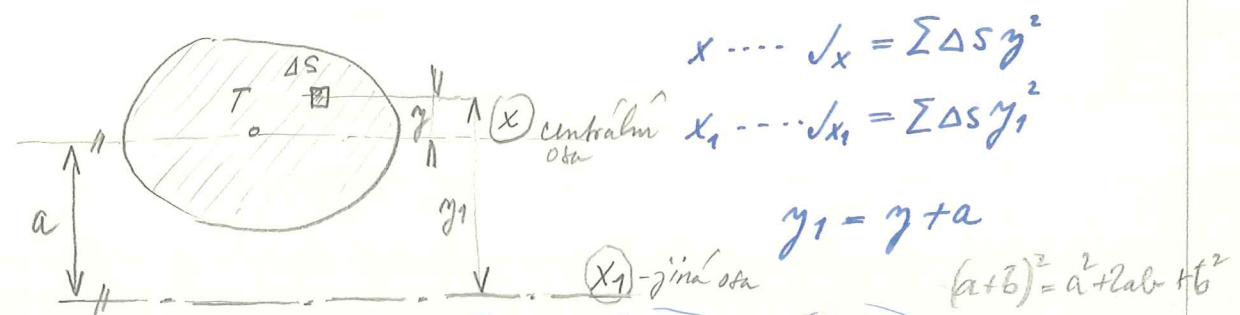
$$\underline{J_p = J_x + J_y \text{ [mm}^4\text{]}}$$

STEINEROVA VĚTA

Centrální osa — osa, která prochází těžištěm (centrem těžiště)

Centrální kvadratický moment průřezu — moment k centrální ose

PS: několik vypočet potřebujeme pro moment k jiné ose, než je k centrální ose.



$x \dots J_x = \sum \Delta S y^2$
 $x_1 \dots J_{x_1} = \sum \Delta S y_1^2$

$y_1 = y + a$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$J_{x_1} = \sum \Delta S (y+a)^2 = \underbrace{\sum \Delta S y^2}_{J_x} + \underbrace{\sum \Delta S 2ay}_0 + \underbrace{\sum \Delta S a^2}_{a^2 S}$

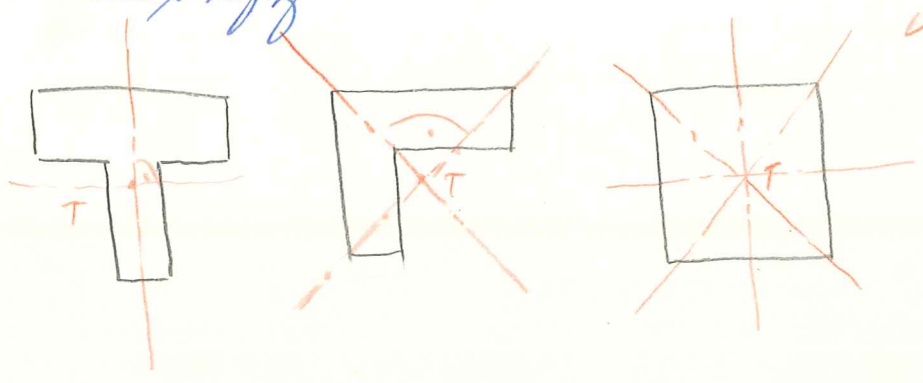
$\sum \Delta S 2ay = 2a \underbrace{\left(\sum \Delta S y \right)}_0 = 0$ lineární moment

$J_{x_1} = J_x + a^2 S$ [mm⁴] Steinerova věta

28.
13.10.95

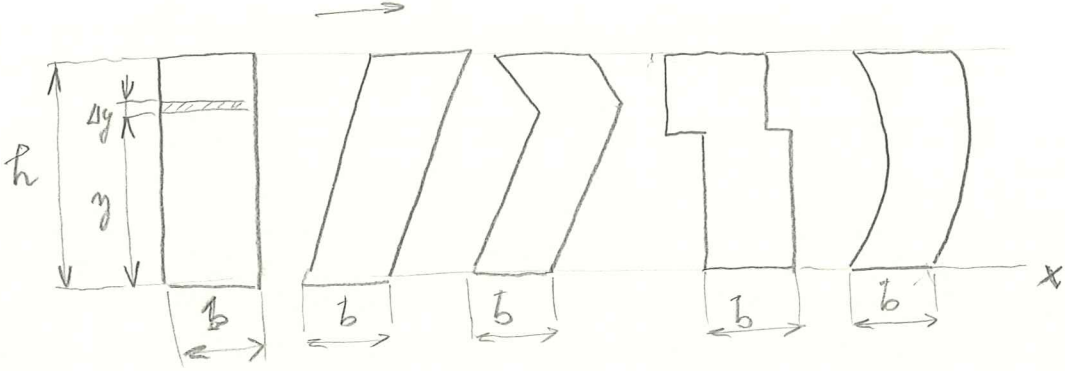
Kvadratický moment průřezu k libovolné ose rovnoběžné s centrální osou je rovná kvadr. momentu průřezu k centrální ose zvedené o rovnou velikosti průřezu a druhé mocniny vzdálenosti obou os.

- Roobor:
- Kvadr. moment k centrální ose je reprezentován vcelkem momenty k rovnoběžným osám s centrální
 - Každá osa průřezu je centrální osou, hl. osa. Druhá osa jde tečným a je k ní kolmá
 - Když je více os souměrných, jsou všechny tyto osy hlavní a kvadr. moment průřezu je ke všem stejný



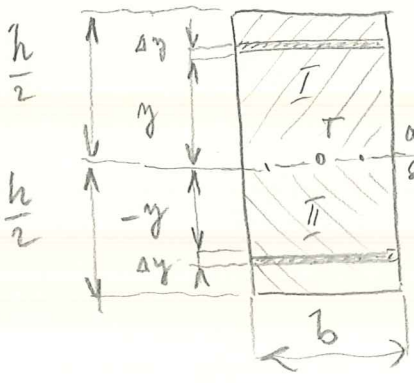
Hlavními cent. osami rozjít se ohy k sobě kolmo a protínají se v těžišti, ke kterým jsou momenty průřezu maximální a minimální.

! Při prouhu plochy ve směru rovnoběžném p osou, moment se rovná **DŮLEŽITÉ**



2A (19)
4.10.99

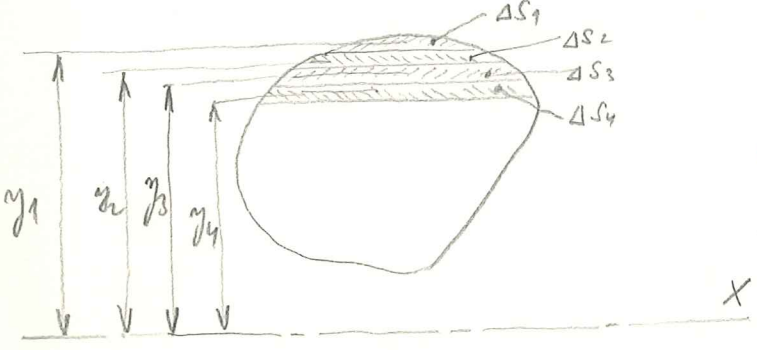
Při ose souměrnosti ke kterému moment průřezu je moment pro obou stranale plochy. Důležitá věta



$$I_{x_I} = \sum \Delta s y^2 = \sum b \Delta y y^2$$

$$I_{x_{II}} = \sum \Delta s (-y)^2 = \sum b \Delta y y^2$$

ZJIŠŤOVÁNÍ KVADR. MOMENTŮ PŘIBLIŽNOU METODOU



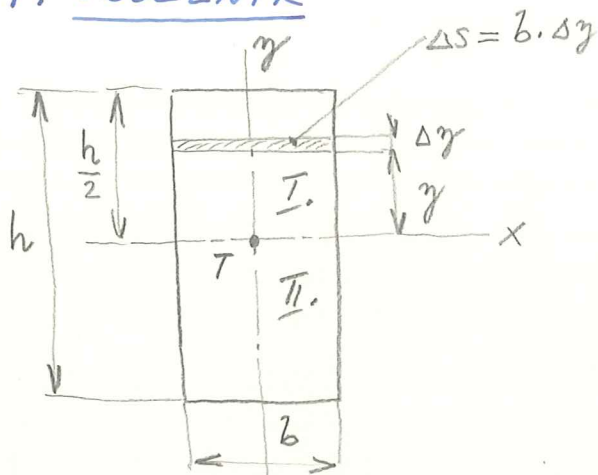
$$J_x = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta s_i y_i^2 = \Delta s_1 y_1^2 + \Delta s_2 y_2^2 + \dots + \Delta s_n y_n^2$$

Přičemž je tím větší, čím menší volíme Δs_i . (Δs_i může být max. 2 procent milimetrových papíru.)

PŘESNÉ URČENÍ KVADR. MOMENTŮ

2.D. 6. 10

1. OBDELNÍK



$$\Delta J_x = \Delta S y^2$$

$$J_{xI} = \sum \Delta J_x = \sum \Delta S y^2 = \sum b \Delta y y^2$$

$$J_{xI} = \int_0^{h/2} b \Delta y y^2 = b \int_0^{h/2} y^2 \Delta y$$

$$J_{xII} = b \int_0^{h/2} y^2 dy = b \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^{h/2}$$

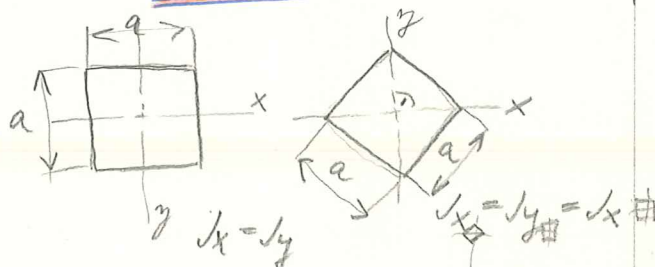
$$= b \frac{\frac{h^3}{2^3}}{3} = \frac{bh^3}{24}$$

$$J_x = J_{xI} + J_{xII} = 2 J_{xI} = \frac{bh^3}{12}$$

$$J_x = \frac{bh^3}{12} \quad \text{podobně} \quad J_y = \frac{b^3 h}{12}$$

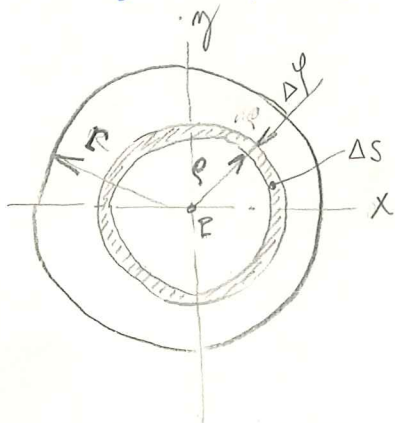
2. ČTVEREC

$$J = \frac{a^4}{12}$$



3. KRUHOVÁ PLOCHA

(s využitím používáme polární souřadnice)



$$J_p = \sum \Delta S \rho^2 = \int_0^r 2\pi \rho \Delta \rho \rho^2 = 2\pi \int_0^r \rho^3 \Delta \rho$$

$$J_p = 2\pi \int_0^r \rho^3 d\rho = \frac{2\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$r = \frac{d}{2} \rightarrow \left(\frac{d}{2}\right)^4 = \frac{d^4}{16}$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \quad \text{Polární}$$

$$J_p = J_x + J_y = 2 J_x \rightarrow J_x = \frac{J_p}{2} = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$J_x = J_y$$

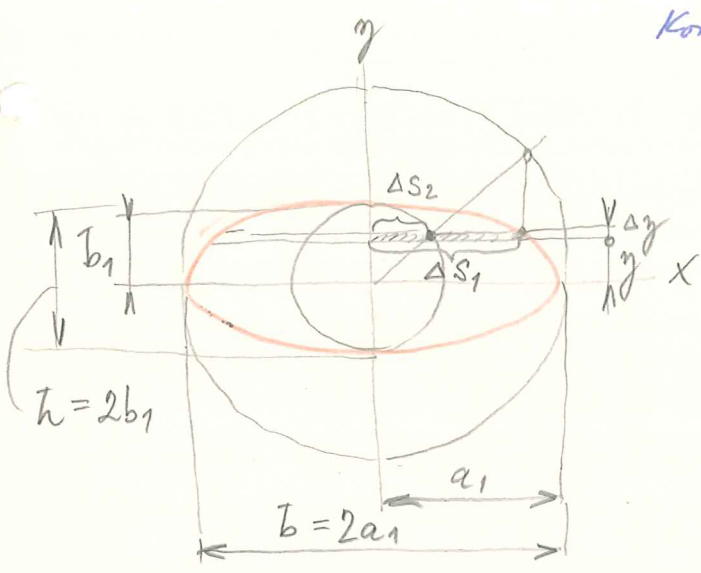
$$J_x = \frac{\pi d^4}{64} \quad \text{výsledek}$$

2.B.
16.10.

4. ELIPTICKÁ PLOCHA

Konstrukce elipsy - trojúhelníková

a_1 - hlavní poloosa elipsy
 b_1 - vedlejší poloosa elipsy



Pro elipsu

$$\Delta J_{xe} = \underbrace{(\Delta S_1) y^2}_{\text{nebráme}}$$

z podobnosti Δ

$$\frac{\Delta S_1}{\Delta S_2} = \frac{a_1}{b_1} \Rightarrow \Delta S_1 = \frac{a_1}{b_1} \Delta S_2$$

Dosažením

$$\Delta J_{xe} = \Delta S_1 y^2 = \Delta S_2 \frac{a_1}{b_1} y^2$$

$$J_{xe} = \sum \Delta S_2 \frac{a_1}{b_1} y^2 = \frac{a_1}{b_1} \left(\sum \Delta S_2 y^2 \right) =$$

$$= \frac{a_1}{b_1} \frac{\pi (2b_1)^4}{64} = \frac{\pi}{4} a_1 b_1^3$$

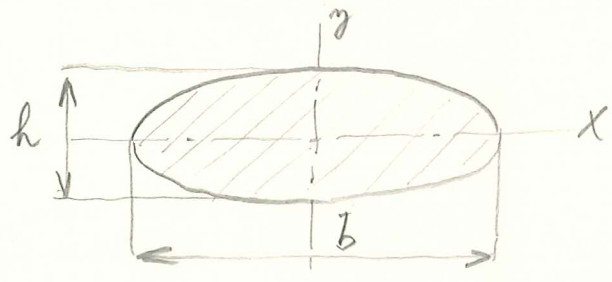
J_x malé kružnice

$$b = 2a_1 \quad h = 2b_1$$

$$a_1 = \frac{b}{2} \quad b_1 = \frac{h}{2}$$

$$J_{xe} = \frac{\pi}{4} a_1 b_1^3 = \frac{\pi}{4} \frac{b}{2} \left(\frac{h}{2} \right)^3 = \frac{\pi b h^3}{64}$$

$$\underline{\underline{J_{ye} = \frac{\pi b^3 h}{64}}}$$



Podmínka:

Přehledné zpracování nosení
 učeb. Tab. IV str. 96 n.d.
 nebo ST str. 51-54

Příklad sbírka

PRŮŘEZOVÉ MODULY V OHYBU A KRUTU

Modul v ohbu zrovnice W_o
 Modul v krutu zrovnice W_k

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_o}$$

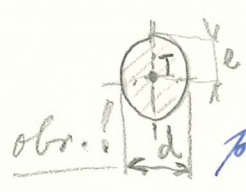
$$\tau_{max} = \frac{M_{krmax}}{W_k}$$

Definice $W_o = \frac{J}{e}$ e - vzdálenost krajních vláken od přímky
 $W_k = \frac{J_p}{e}$

Tento vztah platí vždy!

Tro krut platí tento vztah jen u kruhových průřezů

$$W_k = \frac{J_p}{e} \quad [mm^3]$$



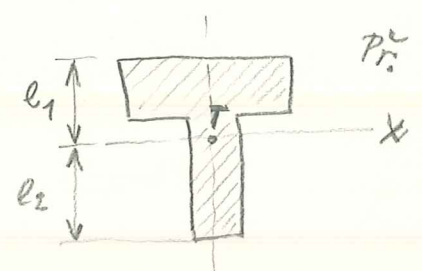
pro ply kruhový průřez

$$W_k = \frac{\frac{\pi d^4}{32}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{16} = 0,2d^3$$

Pro ohyb obecně platí:

$$W_{o1} = \frac{J_x}{e_1} \quad [mm^3]$$

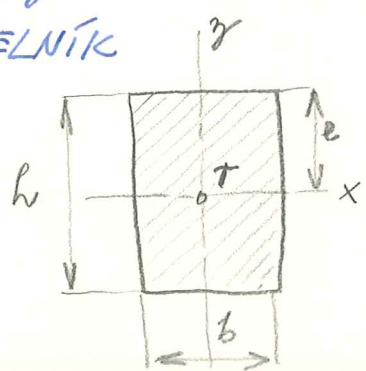
$$W_{o2} = \frac{J_x}{e_2} \quad [mm^3]$$



index 1 ---- e_1 - vzdálenost spodní vláken
 index 2 ---- e_2 - vzdálenost horní vláken
 obě dvě od přímky.

a) Moduly zátl. geom. obrazců: (sotami souměrnosti)

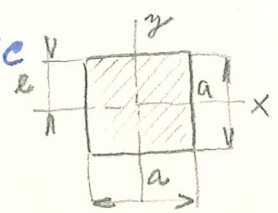
1) OBDELNÍK



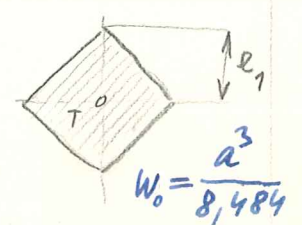
$$W_{ox} = \frac{J_x}{e} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}$$

$$W_{oy} = \frac{J_y}{e} = \frac{\frac{b^2h}{12}}{\frac{b}{2}} = \frac{b^2h}{6}$$

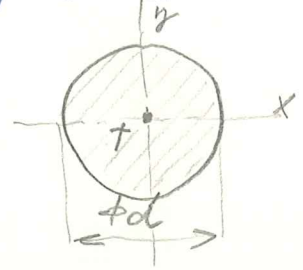
2) ČTVEREC



$$W_{ox,y} = \frac{\frac{a^4}{12}}{\frac{a}{2}} = \frac{a^3}{6}$$

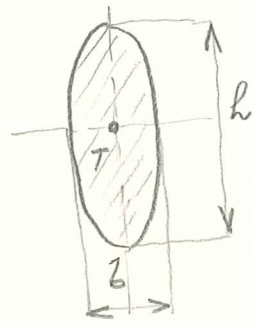


3) KRUHOVÁ PLOCHA



$$W_{ox,y} = \frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{32} \doteq 0,1 d^3$$

4) ELIPSA



$$W_{ox} = \frac{\pi}{32} b h^2 \doteq 0,1 b h^2$$

$$W_{oy} = \frac{\pi}{32} b^2 h \doteq 0,1 b^2 h$$

Poznamka: Průřezové moduly se nesmějí sledovat.

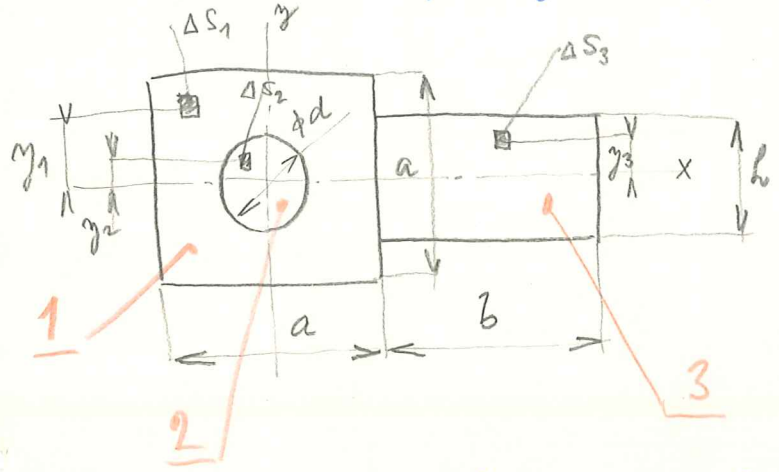
28.
20.10.

Celkový modul plošného obrátce vypočítáme pak, že prostě se kvadr. momenty obrátce a posadit delšíne vzdáleností krajních vláken.

SLOŽENÉ OBRAZCE - VÝPOČET $J_{x,y}$ a $W_{x,y}$

Zákl. poznka: Kvadratické momenty průřezu lze sledovat tehdy a jediné tehdy, jsou-li vstařeny ke společné ose.

a) Dílečky plochy mají společnou osu posměrnou.



$$J_x = \sum \Delta S_1 y_1^2 - \sum \Delta S_2 y_2^2 + \sum \Delta S_3 y_3^2$$

pro jednotlivé obrátce

$$\sum \Delta S_1 y_1^2 = \frac{a^4}{12}$$

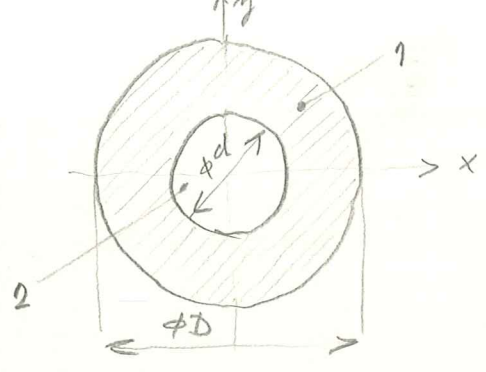
$$\sum \Delta S_2 y_2^2 = \frac{\pi}{64} d^4$$

$$\sum \Delta S_3 y_3^2 = \frac{b h^3}{12}$$

$$J_x = \frac{a^4}{12} - \frac{\pi d^4}{64} + \frac{b h^3}{12}$$

$$W_{ox} = \frac{J_x}{e} = \frac{J_x}{\frac{a}{2}}$$

Pro mezírku špi



$$J_{x,y} = J_{x_1} - J_{x_2} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$

Při zadaném poměru $\frac{d}{D} = \alpha$

$$d = D\alpha$$

$$J_{x,y} = \frac{\pi}{64} (D^4 - D^4\alpha^4) = \frac{\pi}{64} D^4 (1 - \alpha^4)$$

$J_p = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$ pro polární moment

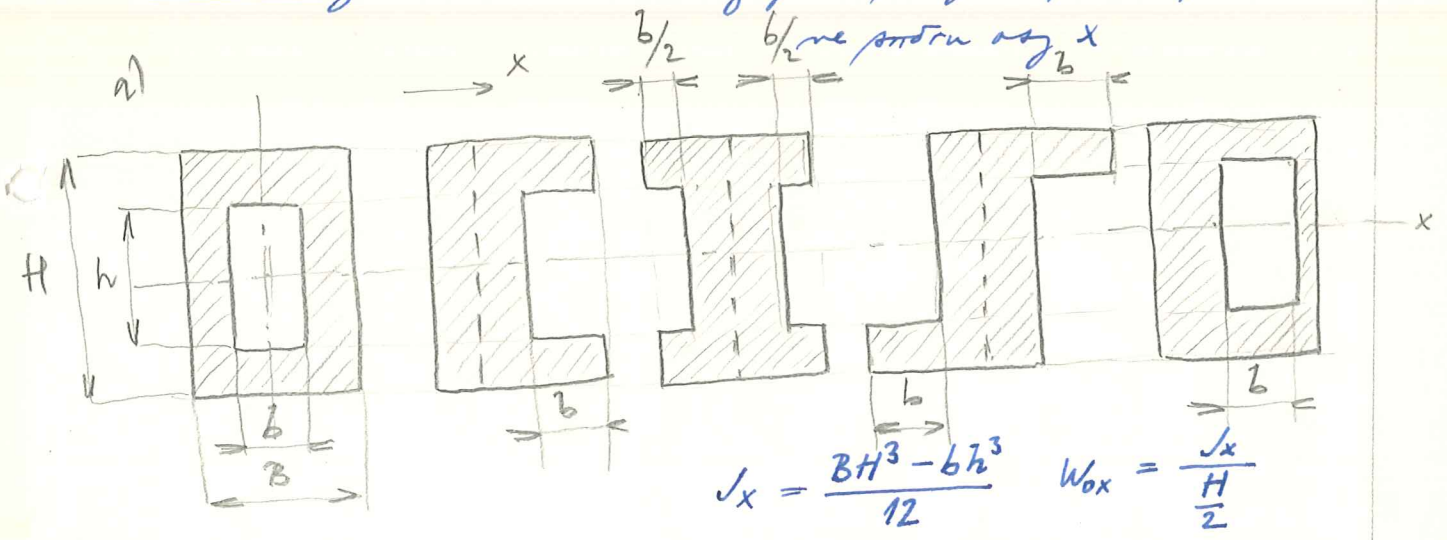
Modul $W_o = \frac{J_x}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi}{64} \frac{D^4 - d^4}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D} = 0,1 \frac{D^4 - d^4}{D}$

nebo při $\alpha = \frac{d}{D} \dots W_o = \frac{\pi}{32} D^3 (1 - \alpha^4)$

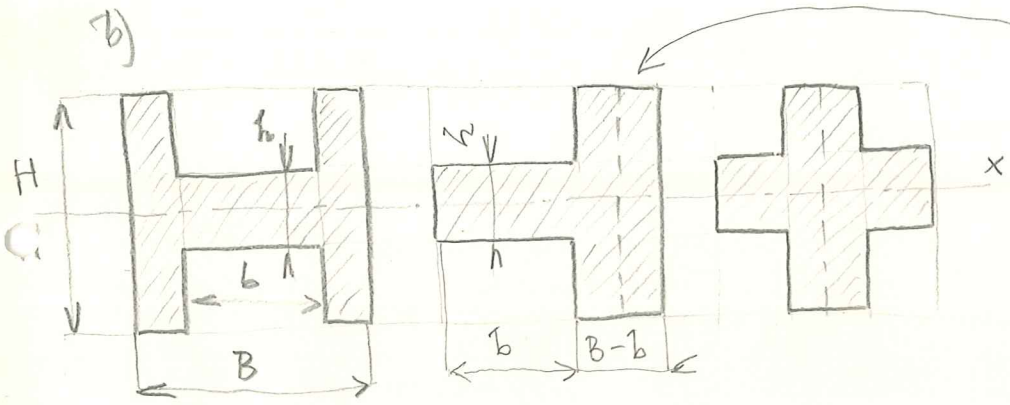
$W_p = \frac{J_p}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D} = 0,2 \frac{D^4 - d^4}{D}$

Znovu připomenutí: Průřezové moduly nelze algebraicky plusovat!

Příklady: Kvadr. momenty jsou stejné - pouze prouso

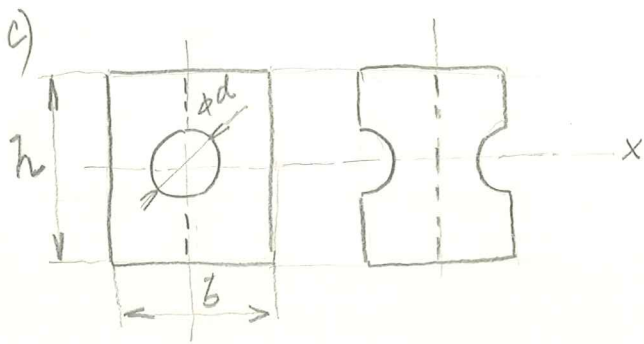


$$J_x = \frac{BH^3 - bh^3}{12} \quad W_{ox} = \frac{J_x}{\frac{H}{2}}$$



$$J_x = \frac{bh^3 + (B-b)h^3}{12}$$

$$W_{ox} = \frac{J_x}{\frac{h}{2}}$$



$$J_x = \frac{bh^3}{12} - \frac{\pi d^4}{64}$$

$$W_{ox} = \frac{J_x}{\frac{h}{2}}$$

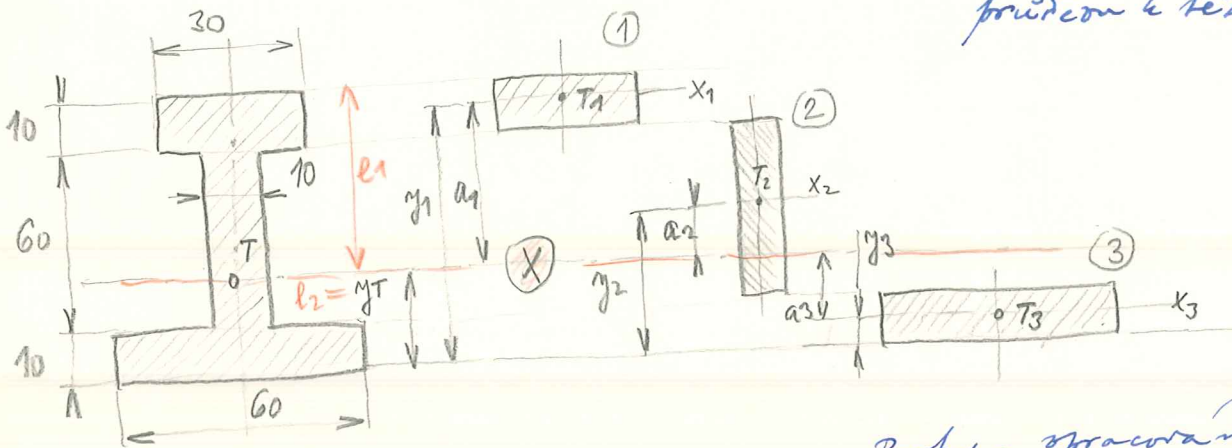
23
23.10.95

b) Osa z ničim moment pozitívne nemi osou
symetričnosti delšil ploch.

Postup je pravejšíj než v a) - ukážeme si na příkledu



určujeme neutrální osu, která prochází středem, kde je nulové napětí a def. Hledáme tedy moment působící k této ose.



2A
11.10.99

DN

4.82

4.86

Pracov.

4.76

4.86

Postup a zpracování
v tab. V na str. 104 učebnice

1) Poloha těžiště
(vypočet v cm)

$$y_T = \frac{S_1 y_1 + S_2 y_2 + S_3 y_3}{S_c}$$

$$= \frac{3 \cdot 7,5 + 6 \cdot 4 + 6 \cdot 0,5}{15} = \frac{22,5 + 24 + 3}{15} = 3,3 \text{ cm} = \underline{\underline{33 \text{ mm}}}$$

2) Kvadratické momenty jednotlivých dílů k těžišťovým osám

$$J_{x_1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{3 \cdot 1^3}{12} = 0,25 \text{ cm}^4$$

$$J_{x_2} = \frac{1 \cdot 6^3}{12} = 18 \text{ cm}^4$$

$$J_{x_3} = \frac{6 \cdot 1^3}{12} = 0,5 \text{ cm}^4$$

3) Momenty k centrální ose x_T obrasců 1, 2, 3
Steinerova věta

$$J_{XT1} = J_{x1} + s_1 a_1^2 = 0,25 + 3 \cdot 4,2^2 = 53,17 \text{ cm}^4$$

$$J_{XT2} = J_{x2} + s_2 a_2^2 = 18 + 6 \cdot 0,7^2 = 20,94 \text{ cm}^4$$

$$J_{XT3} = J_{x3} + s_3 a_3^2 = 0,5 + 6 \cdot (-2,8)^2 = 47,54 \text{ cm}^4$$

$$a_1 = y_1 - y_T = 7,5 - 3,3 = 4,2 \text{ cm}$$

$$a_2 = y_2 - y_T = 4,0 - 3,3 = 0,7 \text{ cm}$$

$$a_3 = y_3 - y_T = 0,5 - 3,3 = -2,8 \text{ cm}$$

4) Celkový moment

$$J_{XTC} = J_{XT1} + J_{XT2} + J_{XT3} = 53,17 + 20,94 + 47,54$$

$$= \underline{\underline{121,65 \text{ cm}^4}}$$

J) Modul průřezu

$$e_1 = 8,0 - y_T = 8,0 - 3,3 = 4,7 \text{ cm}$$

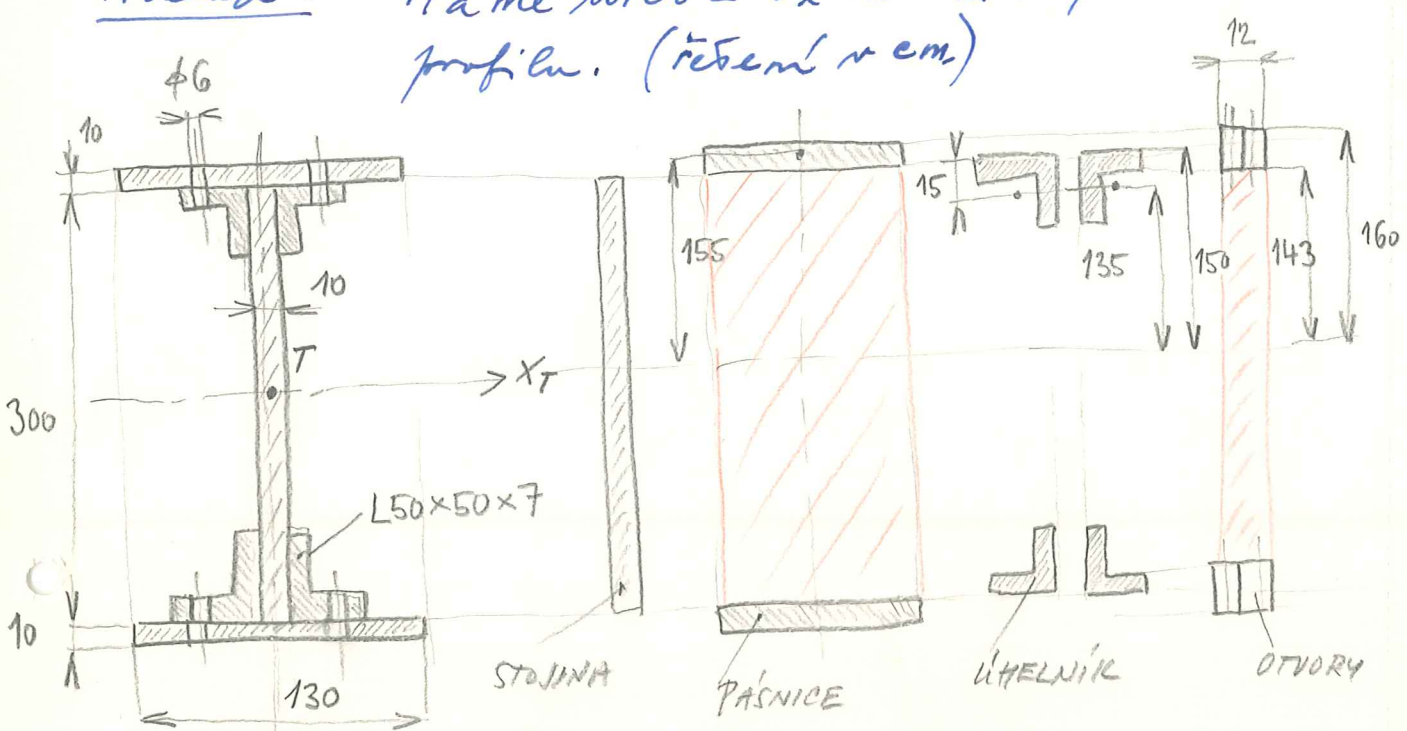
$$e_2 = y_T = 3,3 \text{ cm}$$

$$W_{01} = \frac{J_{XTC}}{e_1} = \frac{121,65}{4,7} = 25,88 \text{ cm}^3 = \underline{\underline{25,88 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}}$$

$$W_{02} = \frac{J_{XTC}}{e_2} = \frac{121,65}{3,3} = 36,86 \text{ cm}^3 = \underline{\underline{36,86 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}}$$

Tento postup zvolen pro provedení.
 V tabulce se vyjádřou průřezové prvky

Příklad: Máme určit J_x a W_{0x} u složeného profilu. (řešení v cm.)



2D
 2C
 2E
 14,10.

$$J_{XT} = J_{STOJ} + J_{PÁSNICE} + J_{ÚHELNÍKY} - J_{OTVORY}$$

1. STOJNA :

$$J_{x1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{1 \cdot 30^3}{12} = \underline{\underline{2250 \text{ cm}^4}}$$

2. PÁSNICE :

$$J_{x2} = 2 \left(\frac{bh^3}{12} + sa^2 \right) = 2 \left(\frac{13 \cdot 1^3}{12} + 1 \cdot 13 \cdot 15,5^2 \right) =$$

$$= \underline{\underline{6249 \text{ cm}^4}}$$

nebo

$$J_{x2} = \frac{1}{12} 13 (32^3 - 30^3) = \underline{\underline{6249 \text{ cm}^4}}$$

3. ÚHELNÍKY :

z tab. (ale ne našel)

$$L 50 \times 50 \times 7 \dots S = 6,56 \text{ cm}^2$$

$$J_x = 14,6 \text{ cm}^4$$

$$e = 1,5 \text{ cm}$$

$$J_{x3} = 4 (J_x + Sa^2) = 4 (14,6 + 6,56 \cdot 15,5^2) =$$

$$= \underline{\underline{4840 \text{ cm}^4}}$$

4. OTVORY

$$J_{x4} = \frac{b(h^3 - h_1^3)}{12} = \frac{12(32^3 - 28,6^3)}{12} = \underline{\underline{937 \text{ cm}^4}}$$

$$J_{XT} = 2250 + 6249 + 4840 - 937 = 12402 \text{ cm}^4 =$$

$$= 12400 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 = \underline{\underline{1,24 \cdot 10^8 \text{ mm}^4}}$$

$$W_x = \frac{J_{XT}}{e} = \frac{1,24 \cdot 10^8}{160} = \underline{\underline{7,75 \cdot 10^5 \text{ mm}^3}}$$

Příkl. stránka

2B

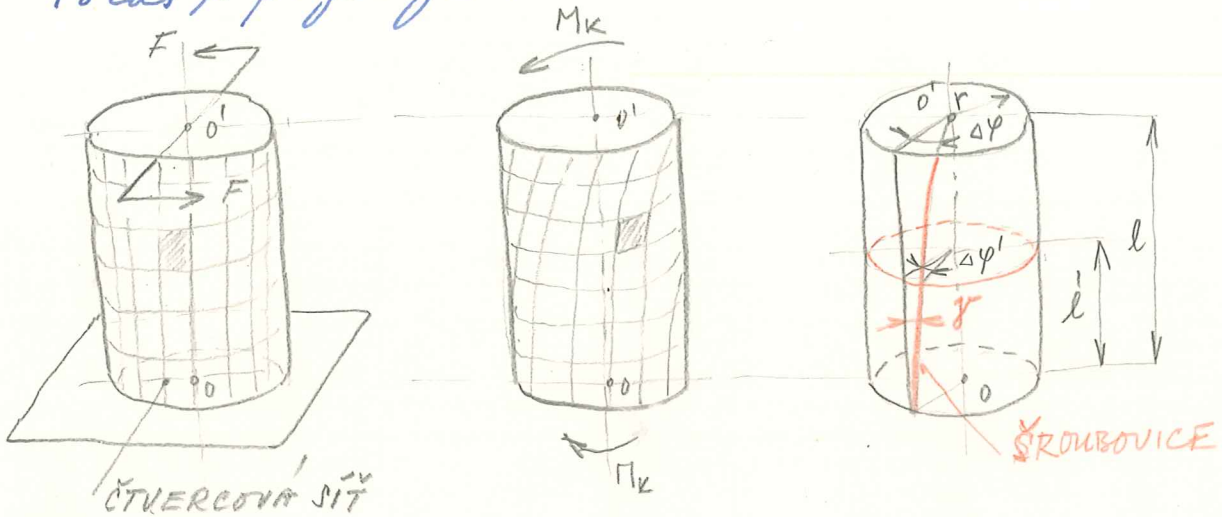
30.10.95

NATÁHÁNÍ KRUTEM

Základní pojmy

Kрут nastává tehdy, když je prut namáhán dvojicí sil v rovině kolmé k ose prutu.

Pokus s pryzmickým válcem:



2E
2D
2C
18.10.

po deformaci:

1. Osa válce zůstává přímá - je to neutrální osa
2. Jednotlivé průřezy se po sobě natahují - vzniká tečné napětí
3. Okružní dráhy síť se stáhnou v kružnice
4. Kružní průřezy zůstanou kružné - poloměry se nemění
5. Vzdálenost (vzděrnic) průřezů se nemění
6. Postranní přímky (polednice) se stáhnou na šroubovice
7. Poloměry zůstanou přímé
8. Charakteristická deformace na povrchu je i uvnitř stejná
9. Úhel natožení jeom přímky uvnitř vzdálenosti od vedrovného konce

$$\frac{\Delta\varphi' : l'}{\Delta\varphi : l}$$

$\Delta\varphi$ - celkový úhel zkroucení

KRUT KRUHOVÝCH PRŮŘEZŮ

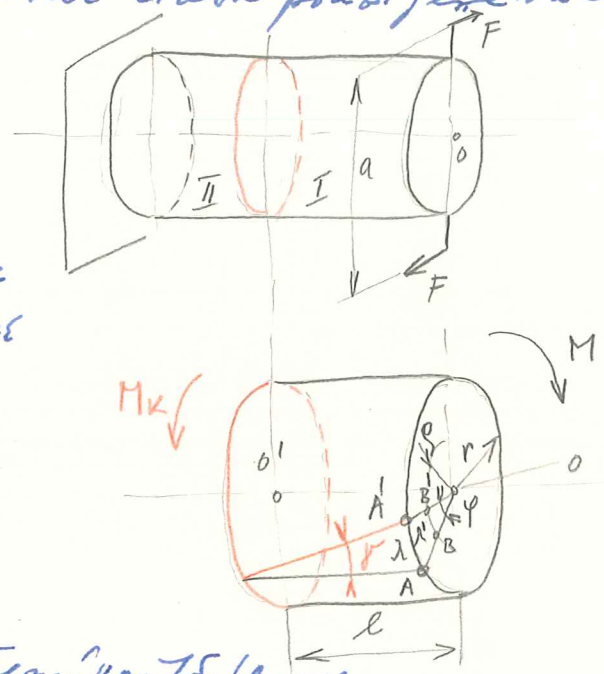
Využíváme předpokladů z podobou uvedená v bodě 1 a 9

Začlenění rovinnosti průřezu plati' při krutu
pruze pro kruhové průřezy!

K odvození rovnice krutu používáme válec zatížený dvojicí sil.

Metoda Sezon:

- část I odejímáme
- nahradíme měřítkem II unitárním M_k
- $|M| = |M_k|$



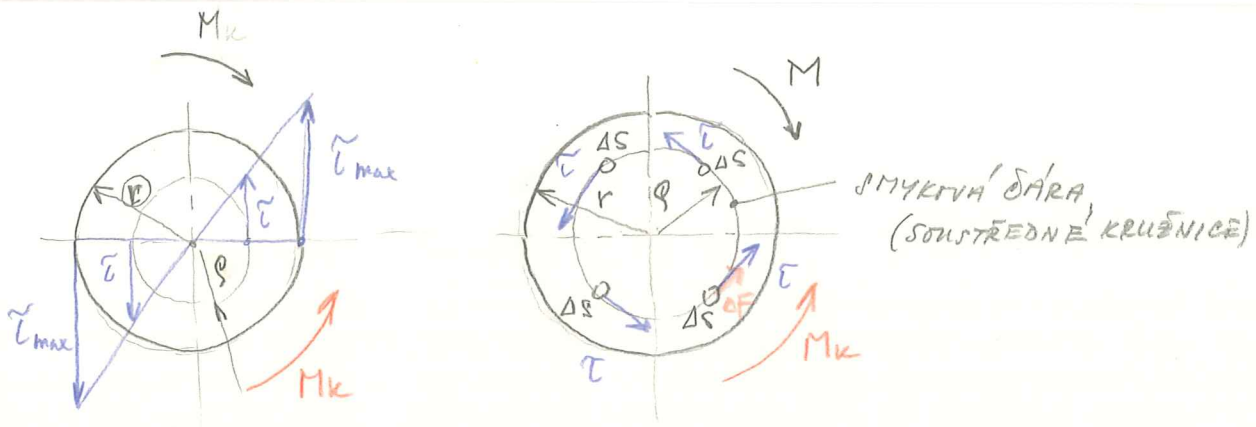
- Nebráíme posunutím unitárně sil.

Všude ale že OA při deformaci zůstává přímou čarou
a délka na OA jížel psov je přímá měřítka vada -
lentož dává od OO' - neutrální osa

- Vrstvy se po sobě posouvají - vznikají šedrá napětí τ
- V mezích platnosti Hookova zákona je podélná deformace
přímá měřítka napětí.

Podle obr. 1 a 2: TEČNÉ NAPĚTÍ ROSTE PŘÍMO
ÚMĚRNĚ KE VZDÁLENOSTI OD NEUTRÁLNÍ
OSY A DOSAHUJE MAXIMA NA POUŘEKU
VÁLCE!

Na podélné od stáhu a kláhu a protáhu Anglu
je napětí po průřezu podélně nerovnoměrné.



$\Delta F = \Delta S \tau$ --- elementární síla na proužkové šarce
 $\Delta M_k = \Delta S \tau \rho$ --- moment elem. těl

$M_k = \sum \Delta M_k = \sum \Delta S \rho \tau$

z obr. $\frac{\tau_{max}}{\tau} = \frac{r}{\rho} \Rightarrow \tau = \tau_{max} \frac{\rho}{r}$

$M_k = \sum \Delta S \rho \tau_{max} \frac{\rho}{r} = \frac{\tau_{max}}{r} \sum \Delta S \rho^2$
 J_p

$M_k = \frac{\tau_{max}}{r} J_p$

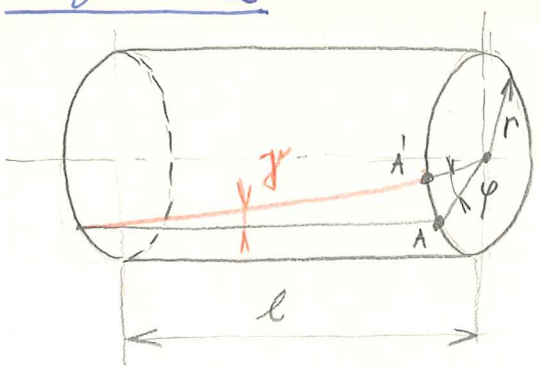
$\tau_{max} = \frac{M_k}{\frac{J_p}{r}} = \frac{M_k}{W_k}$

ZÁKL. ROVNICE KRUTA

$\tau_{max} = \frac{M_k}{W_k}$

2D-21.1

Deformace:



$AA' = r \hat{\varphi} = l \gamma$

γ ... úhel

z Hookova zákona

$\tau_{max} = G \cdot \gamma$

$\frac{M_k}{W_k} \rightarrow \frac{M_k \cdot r}{J_p} = G \frac{r}{l} \hat{\varphi}$

$\hat{\varphi} = \frac{M_k l}{G J_p} \text{ [rad]}$

$G J_p$ - tuhost v krutu

$\varphi^\circ = \frac{180}{\pi} \frac{M_k l}{G J_p} \text{ [}^\circ\text{]}$

Tomšrné zkroutení - zkrut (zkroutení válece na jednotku délky)

$$\varphi = \frac{\bar{\varphi}}{l} = \frac{M_k}{G J_p} \quad [m^{-1}] \quad [\varphi] = \frac{rad}{m} = m^{-1}$$

úhel zkroutení φ je v reálných případech předepsán normou. (Příklady)

Z rozdělání napětí vidíme, že materiál blízko osy je málo vytažen. Proto se často krídla vyztužují dutě.

$$\alpha = \frac{d_1}{D} \quad \text{Tab. VI na str. 113}$$

Využitelnost materiálu při stejnému průřezu uložení Tab. VII str. 114

ROZBOR DLE UČEBNICE $\alpha=0,5$

ÚPŮSOČNÉ ROVNICE PRO NAPÍHÁNÍ KRUTEM

Základní rovnice

$$\tilde{\tau}_{max} = \frac{M_k}{W_k} \leq \tilde{\tau}_{DK}$$

Velikost dovol. napětí v křutu:

Z diagramu $\sigma_{pe}-\epsilon$
 $\tau_{pe}-\gamma$

- u konst. oceli $\tilde{\tau}_{DK} \doteq (0,6 \div 0,65) \sigma_{De}$
- u pružin. oceli $\tilde{\tau}_{DK} \doteq (0,7 \div 0,8) \sigma_{De}$
- u litiny - kruh. průř. $\tilde{\tau}_{DK} \doteq \sigma_{De}$
- mezikruží. $\tilde{\tau}_{DK} \doteq (0,8 - 1,2) \sigma_{De}$
- čtver. obdel. $\tilde{\tau}_{DK} \doteq (1,4 \div 1,6) \sigma_{De}$

2B.
3.11.95

1. Kontrolní výpočet

známe M_k i W_k

$$\tilde{\tau}_k \leq \tilde{\tau}_{DK}$$

2. Výpočet únosnosti

$$M_k \leq W_k \cdot \bar{\sigma}_{DK}$$

3. Návrhový výpočet

$$W_k \geq \frac{\pi d^3}{16} \geq \frac{M_k}{\bar{\sigma}_{DK}}$$

d - výpočetem,
nebo z tabulky W_0

$$W_k = 2 W_0 \quad \text{!}$$

↳ tabulky!

V praxi je sestrojování a výroba ať hřídel uhořel
refin v hledisku pevnosti, ale i přípustně zkrutu

$$\varphi^{\circ} = \frac{180}{\pi} \frac{M_k l}{G J_p} \leq \varphi_0^{\circ}$$

$$\sqrt{\varphi^{\circ}} = \frac{180}{\pi} \frac{M_k}{G J_p} \leq \sqrt{\varphi_0^{\circ}}$$

2B.
6.11.

Úkol měřené provedl výpočet 1. kontrolní
2. únosnosti
3. návrhový

např. pro průměr hřídel $d = 1000 \text{ mm}$

$$\sqrt{\varphi^{\circ}} = \frac{180}{\pi} \frac{M_k \cdot 1 \cdot 10^3}{G J_p} \leq \sqrt{\varphi_0^{\circ}}$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{180 \cdot 10^3 M_k}{\pi G \sqrt{\varphi_0^{\circ}}}$$

Konečný ϕ hřídele bere v úvahu, stejně u výjde
v obou výpočtech ve tvaru.

Príklad: (A) Porovajte úsponu materiálu plochosť a dutého krúžku stejné délky za podmínek

$$M_k = 5 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$\bar{\sigma}_{DK} = 60 \text{ MPa} \quad \alpha = \frac{d}{D} = 0,7$$

a) Plochy krúžek

$$\bar{\sigma}_{max} = \frac{M_k}{W_k} \leq \bar{\sigma}_{DK}$$

$$W_k = \frac{M_k}{\bar{\sigma}_{DK}} = \frac{5 \cdot 10^6}{60} = 8,33 \cdot 10^4 \text{ mm}^3$$

$$W_k = \frac{\pi}{16} d^3 \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{16 W_k}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 8,33 \cdot 10^4}{\pi}} = 75,15 \text{ mm}$$

$$\underline{d = 75 \text{ mm}} \quad S_1 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 75^2}{4} = \underline{4418 \text{ mm}^2}$$

b) Dutý krúžek

$$W_k = 8,33 \cdot 10^4 \text{ mm}^3$$

$$\text{Operačný } W_k = \frac{J_p}{e} = \frac{\frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)}{\frac{D}{2}} = \frac{\frac{\pi}{32} (D^4 - \alpha^4 D^4)}{\frac{D}{2}}$$

$$= \frac{\pi}{16} D^3 (1 - \alpha^4) = 0,2 D^3 (1 - \alpha^4)$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{W_k}{0,2(1 - \alpha^4)}} = \sqrt[3]{\frac{8,33 \cdot 10^4}{0,2 \cdot 0,7599}} = 81,83 \text{ mm}$$

$$\underline{D = 82 \text{ mm}} \quad d = \alpha D = 0,7 \cdot 82 = \underline{57,4 \text{ mm}}$$

$$S_2 = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (82^2 - 57,4^2) = \underline{2693,3 \text{ mm}^2}$$

úspora materiálu

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{2693,3}{4418,6} = 0,609 = 0,61$$

$$(1 - 0,61) \cdot 100 = \underline{39\% \text{ úspory}}$$

Rozbor!

(B) Žak by se zväčšilo napätie v dutom krúžku

keďže $D = 75 \text{ mm}$ a α je väčšie v plochosť krúžku keďže

$$\alpha = 0,5 \text{ (plochy krúžek (A))}$$

$$\bar{\sigma}_k = \frac{M_k}{W_k} = \frac{M_k}{0,2 D^3 (1 - \alpha^4)} = \frac{5 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 75^3 (1 - 0,5^4)}$$

$$= \underline{63,2 \text{ MPa}}$$

$$\frac{63,2}{60} = 1,053 \text{ zväčšením napätia oca o } \underline{5\%}$$

G. 11, 2000
LA

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{75^2 - (0,5 \cdot 75)^2}{75^2} = 0,75 \quad \text{úspora materiálu 25\%}$$

Při úspore materiálu 25% v rozkroku napětí o 5% při stejném průměru plechu a ductile hřídele a $\alpha = 0,5$

© Porovnejte úhel natožení $\hat{\varphi}$ obou hřídelů $\frac{d}{D} = 0,7$ ve sáskách (A)

$$M_k = W_k \bar{\tau}_k = \frac{J_p}{2} \bar{\tau}_k$$

$$\bullet M_k = \frac{J_{p0}}{\frac{d}{2}} \bar{\tau}_k$$

$$\circ M_k = \frac{J_{p0}}{\frac{D}{2}} \bar{\tau}_k$$

$$\hat{\varphi} = \frac{M_k l}{G J_p}$$

$$\bullet \hat{\varphi}_1 = \frac{\frac{2 J_{p0}}{d} \bar{\tau}_k l}{G J_{p0}} = \frac{2 \bar{\tau}_k l}{G d}$$

$$\circ \hat{\varphi}_2 = \dots = \frac{2 \bar{\tau}_k l}{G D}$$

$$\frac{\hat{\varphi}_1}{\hat{\varphi}_2} = \frac{\frac{1}{d}}{\frac{1}{D}} = \frac{D}{d} = \frac{82}{75} = \underline{\underline{1,093}}$$

Dutý hřídel je tužší, než plný podle podmínky ve sáskách (A)

Příklad:

14

str. 118

Vypočítejte rozměr plechu a ductile hřídele z bodu a předstírným příkladem

Dovolená úhlová volba $\varphi = 0,3^\circ \div 2$ na 1 m délky, kde $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

$$M_k = 5 \cdot 10^6 \text{ Nmm}; \quad \bar{\tau}_{0k} = 60 \text{ MPa}; \quad \alpha = 0,7$$

$$\varphi = \frac{180}{\pi} \frac{M_k l}{G J_p}$$

$$\varphi = \varphi^\circ$$

$$l = 1000 \text{ mm}$$

Dů

$$J_p = \frac{M_k l}{G \tau} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$J_p = \frac{\pi}{32} d^4 = 0,1 d^4$$

$$\frac{\pi}{32} (0,1 d^4) = \frac{M_k l}{G \tau} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$d_{0,3} = \sqrt[4]{\frac{10 M_k l}{G \tau} \frac{180}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{10 \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 1000 \cdot \frac{180}{\pi}}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,3}} = \underline{\underline{104,5 \text{ mm}}}$$

$$d_{2,0} = \sqrt[4]{\frac{10 \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 1000 \cdot \frac{180}{\pi}}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 2,0}} = \underline{\underline{65 \text{ mm}}}$$

$$0 J_{p0} = 0,1 D^4 (1 - \alpha^4)$$

$$0,1 D^4 (1 - \alpha^4) = \frac{180}{\pi} \frac{M_k l}{G \tau}$$

$$0 D^4 = \frac{180}{\pi} \frac{M_k l}{G \tau} \frac{10}{1 - \alpha^4}$$

$$0 D_{0,3} = \sqrt[4]{\frac{180}{\pi} \frac{M_k l}{G \tau} \frac{10}{1 - \alpha^4}} = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 1000 \cdot 10}{\pi \cdot 0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,3 \cdot (1 - 0,7^4)}}$$

$$= \underline{\underline{111,95 \text{ mm}}} \dots \dots d_{0,3} = 0,7 \cdot D_{0,3} = \underline{\underline{78,3 \text{ mm}}}$$

$$0 D_{2,0} = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 1000 \cdot 10}{\pi \cdot 0,8 \cdot 10^5 \cdot 2,0 \cdot (1 - 0,7^4)}} = \underline{\underline{69,6 \text{ mm}}} \dots \dots d_{2,0} = \underline{\underline{48,7 \text{ mm}}}$$

DOVOLENÝ ZKRUT VE STAVBĚ STROJŮ

VOLÍME 0,25° - 0,35° na 1m

NA PŘ. u lodních šroubů a křidel autokarů volíme 4°/1m

ZÁVISLOST KROUČICÍHO MOMENTU NA VÝKONU

A OTÁČKÁCH

Zadáme - výkon (W)
 - otáčky n (1/sec nebo 1/min)

Práce $A = F \cdot s$ $[A] = N \cdot m = J$

Výkon $P = \frac{A}{t} = F \left(\frac{s}{t} \right) = F \cdot v$ $[P] = \frac{N \cdot m}{s} = W$

$s_1 = 2\pi r = \pi d$ dráha na 1 otáčku

$s = 2\pi r n$ dráha na n otáček

$\omega = 2\pi n$ úhlová rychlost [s^{-1}]

$\omega = \frac{\pi n}{30}$ n [1/min]

$P = F \cdot v = F r \cdot 2\pi n$

$N = \omega E$

$P = M_k \cdot \omega \Rightarrow$ $M_k = \frac{P}{\omega}$

Kroučivý moment podle ρ převádějme
v úhlovém a klesá ρ rostoucími otáčkami.

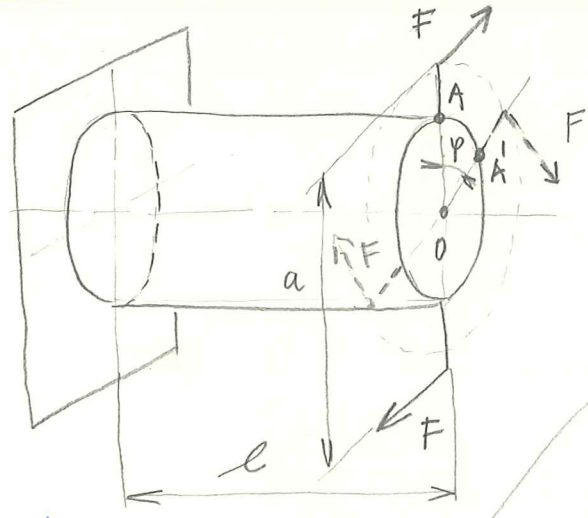
PROSPEK
PŘEVODOVÉ

Rozsah je nastupitel avšstupitel hřídle!

2D/26.10.

DEFORMAČNÍ PRÁCE A OBJEMOVÁ HUSTOTA

DEF. ENERGIE PŘI KRUTU (V OBLASTI HOOKEOVA ZÁK.)

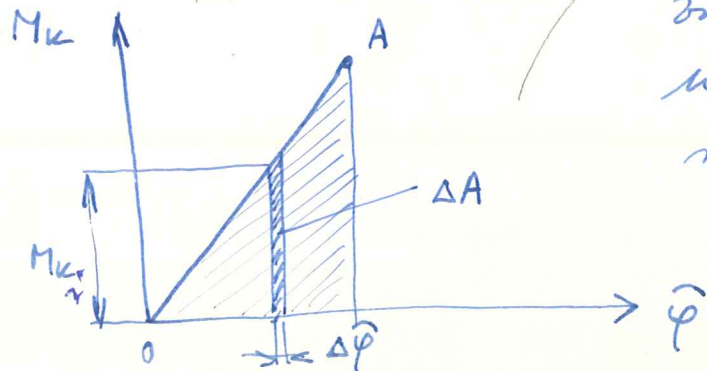


$M_k = F \cdot a$

$\vec{OA} \rightarrow \vec{OA}'$ při $\hat{\varphi}$

$A = \frac{F}{2} a \hat{\varphi} = \frac{M_k \hat{\varphi}}{2}$

V oblasti platí Hookeův zákon je úhel natočení úměrný kroučivému momentu - viz. diagram



$\Delta A = M_{ki} \Delta \hat{\varphi}$
elementární práce

celková práce

$$A = \sum M_{k_i} \Delta \hat{\varphi} = \frac{M_k \hat{\varphi}}{2}$$

Pro celkový úhel ohnutí $\hat{\varphi} = \frac{M_k l}{G J_p}$

$$A = \frac{M_k}{2} \cdot \left(\frac{M_k l}{G J_p} \right) \hat{\varphi} \quad \dots \quad \boxed{A = \frac{M_k^2 l}{2 G J_p}} \quad [J]$$

Objemová hustota def. energie:

$$w = \frac{U}{V} = \frac{A}{V} = \frac{\frac{M_k^2 l}{2 G J_p}}{\frac{\pi d^2}{4} \cdot l} = \frac{\frac{2}{4} M_k^2 l}{2 G J_p \pi d^2 l} = \frac{2 J_p^2 \tilde{\epsilon}_k^2}{G J_p \pi d^2} = \frac{2 J_p \tilde{\epsilon}_k^2}{G \pi d^2 \cdot r^2} = \frac{\frac{\pi}{32} d^4 \tilde{\epsilon}_k^2}{G \pi d^2 \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

2E/2J.1

$$M_k = W_k \tilde{\epsilon}_k = \frac{J_p}{r} \tilde{\epsilon}_k = \frac{d^2 \tilde{\epsilon}_k^2}{4 G \frac{d^2}{4}} = \frac{1}{4} \frac{\tilde{\epsilon}_k^2}{G}$$

$$M_k^2 = \left(\frac{J_p}{r} \right)^2 \tilde{\epsilon}_k^2$$

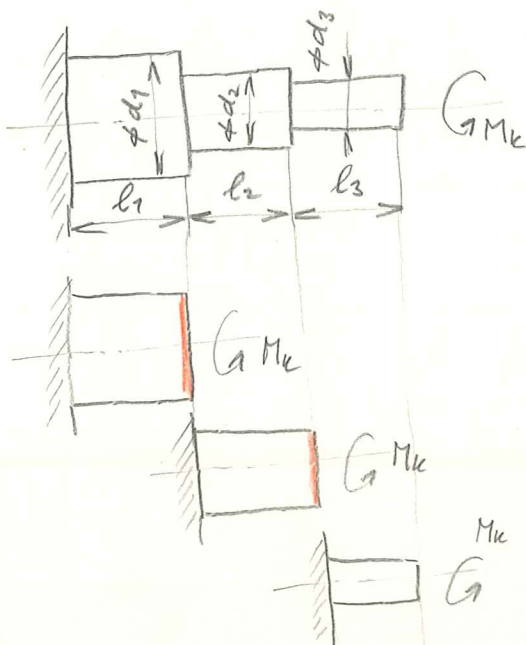
$$J_p = \frac{\pi}{32} d^4$$

$$\boxed{w = \frac{1}{4} \frac{\tilde{\epsilon}_k^2}{G}} \quad [J \cdot m^{-3}]$$

$$[w] = \frac{Pa^2}{Pa} = Pa = N \cdot m^{-2} = N m^{-2} \cdot \frac{m}{m} = \left(\frac{N \cdot m}{J} \right) \cdot m^{-3}$$

2C.1.11

Příklad:



Zadáno M_k ; G
a rovněž
 $\varphi^o = ?$

$$\hat{\varphi}_1 = \frac{M_k l_1}{G J_{p1}}$$

$$\hat{\varphi}_2 = \frac{M_k l_2}{G J_{p2}}$$

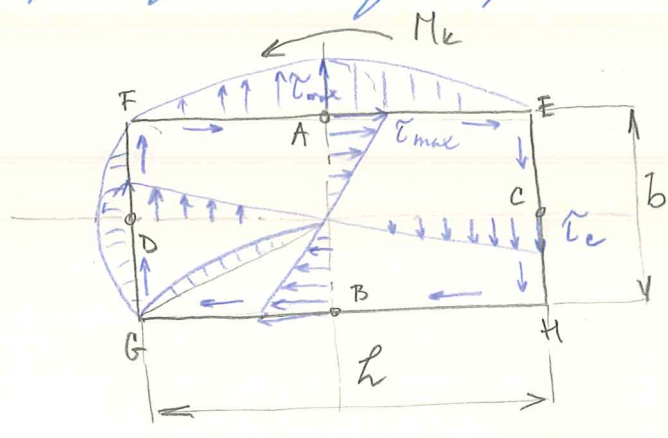
$$\hat{\varphi}_3 = \frac{M_k l_3}{G J_{p3}}$$

$$\widehat{\varphi}_{\text{celk}} = \widehat{\varphi}_1 + \widehat{\varphi}_2 + \widehat{\varphi}_3 = \frac{M_k}{G} \left(\frac{l_1}{J_{p1}} + \frac{l_2}{J_{p2}} + \frac{l_3}{J_{p3}} \right) = \frac{32 M_k}{\pi G} \left(\frac{l_1}{d_1^4} + \frac{l_2}{d_2^4} + \frac{l_3}{d_3^4} \right)$$

$J_p = \frac{\pi d^4}{32}$

VÝPOČET PRUTŮ NEKRUHOVÝCH PRŮŘEZŮ NA KRUT

Nekruhové průřezy se při koncepci boží, přibit napětí je odlišný od průřezu u kruhového průřezu



V bodech A, B je τ_{max}

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_k}{\alpha b^2 h} \leq \tau_{\text{dk}}$$

Vě druhé mocnině je vždy menší rovině

$$W_k = \alpha b^2 h$$

$$\widehat{\varphi} = \frac{M_k l}{\alpha b^3 h G}$$

$$\tau_{A,B} = \frac{M_k}{\alpha b^2 h}$$

$$\tau_{C,D} = \frac{M_k}{\beta b h^2}$$

α, β, γ se určují podle poměru $\frac{h}{b}$

a jsou uvedeny v tab. na str. 50 STROJ. TABULKY

Poznámka: Pro určení τ_{max} je v druhé mocnině vždy větší strana.

ST

2B

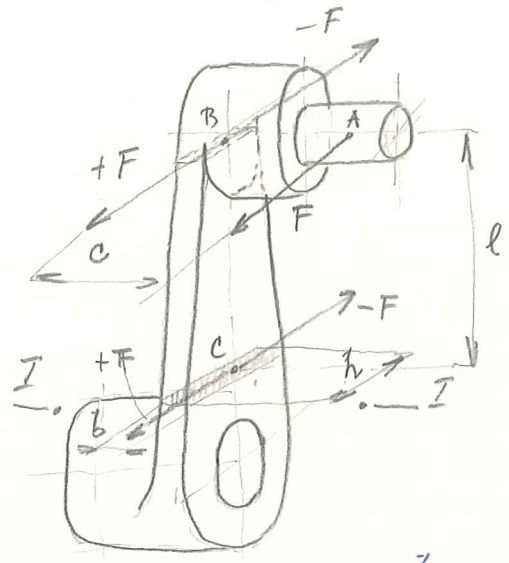
10.11.95

V praxi se ale trubku nekrabouje proužkem před
možno vyběže.

PŘÍKLAD - SBÍRKA

- $F = 0 \div 3000 \text{ N}$
- $F_{\text{max}} = 3000 \text{ N}$
- $c = 350 \text{ mm}$
- $h = 68 \text{ mm}$
- $b = 45 \text{ mm}$
- $l = 450 \text{ mm}$
- 11500
- $\lambda = 2$

Du -
4.97
4.102



Řez I-I

- krouticí moment $M_k = F \cdot c = 1050 \text{ ENmm}$
- ohybový moment $M_o = F \cdot l = 1350 \text{ ENmm}$
- posouvající síla $F_p = F = 3000 \text{ N}$

Napětí od ohybu a posouvající síly zanedbáme
(ať neumíme zvládnout ohybový představitel)

Pro představen $\tau_s = \frac{F}{S} = \frac{3000}{b \cdot h} = \underline{\underline{0,98 \text{ MPa}}}$

Napětí vyvolané žratkem:

$$\tau_1 = \frac{M_k}{W_k} = \frac{1050 \cdot 10^3}{\lambda b^2 h} = \frac{1050 \cdot 10^3}{0,231 \cdot 45^2 \cdot 68} = \underline{\underline{33 \text{ MPa}}}$$

$\lambda \Rightarrow \frac{h}{b} = 1,5$
 $\lambda = 0,231$
 $\beta = 0,18$

$$\tau_2 = \frac{M_k}{\beta b h^2} = \frac{1050 \cdot 10^3}{0,18 \cdot 45 \cdot 68^2} = \underline{\underline{22,16 \text{ MPa}}}$$

^{28,03}

$\tau_{\text{max}} = \tau_1 = 33 \text{ MPa}$

$$\sigma_{DII} = c_{II} \frac{0,65 \sigma_c}{\lambda k} = 0,85 \frac{0,6 \cdot 500}{2} = 127,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_{DK} = 0,65 \sigma_{DII} = 0,65 \cdot 127,5 = 82,87 \text{ MPa}$$

$\tau_{\text{max}} < \tau_{DK}$ vzhovaje

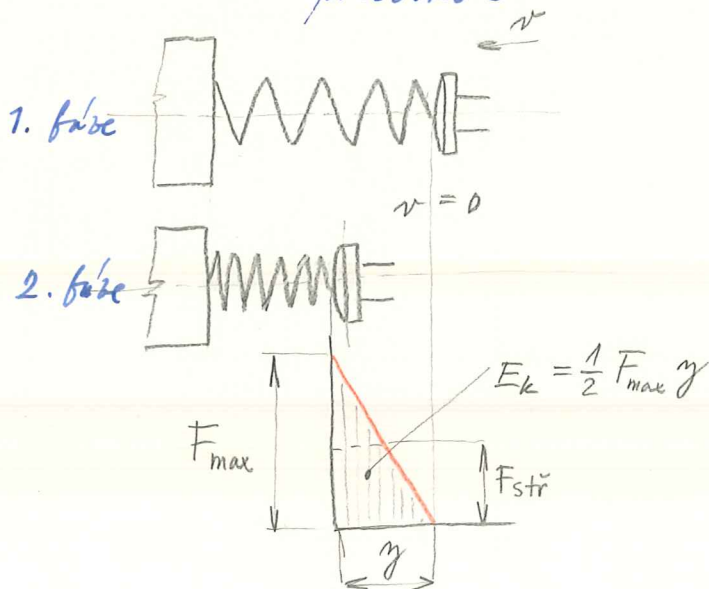
ZKRUCOVANÉ PRUŽINY

Typ pružiny: - zkracované (vinuté)
- objímané (listové)

Funkce pružin: a) sloužení nárazů (dopravní prostředky)
b) vyčíslovací prvek (lodiny) kmenů elementů
c) vyrovnání síly (těžná ve strojírenství)
d) podle deformace rodují sílu (sílový)

Pružiny prouí skupty - akumulace energie

Na pš. Pojezd jeřábové motu, kd v krajní poloze drátý je deformaí energie sluzera (akumul.) pružinou



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad [J]$$

$$[E_k] = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

3. fáze - pružina odvede prou energii zpět motu jeřábu, ten se bude pohybovat zpět, ale menší rychlostí vlivem ztrát (tření)

$$E_k = A \cdot \text{def}$$

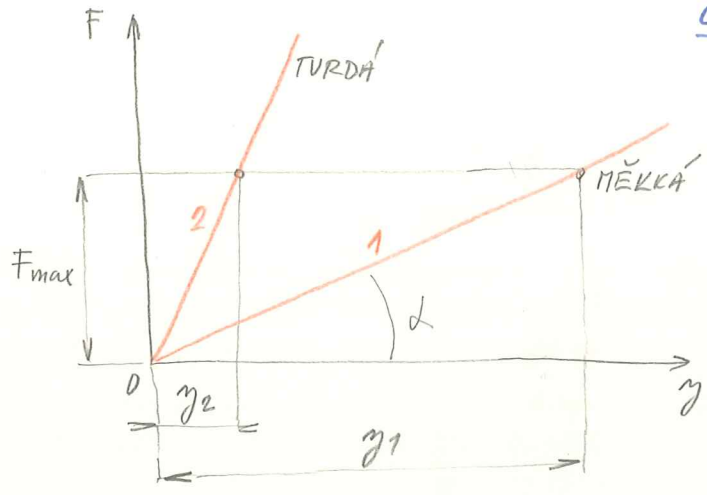
$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} F_{\text{max}} y = F_{\text{str}} \cdot y$$

$$\underline{\underline{m v^2 = F_{\text{max}} y}}$$

$$F_{\text{str}} = \frac{F_{\text{max}}}{2}$$

ROZBOR - CO SE DÁ URČIT

Charakteristika pružiny
tuhá - měkká



pozolná - pružina měkká
 tvrdá - pružina tvrdá

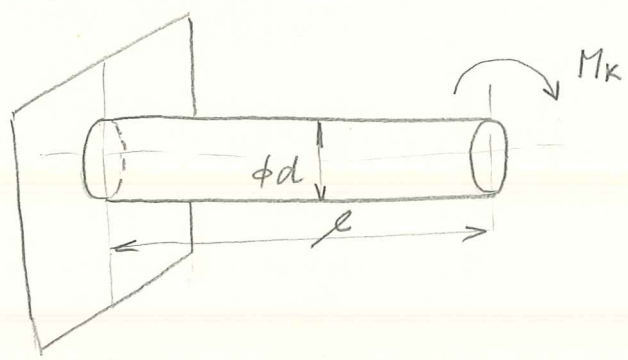
Příklady - siloměr
 jádro pružiny
 - pružiny auta
 komprimis

$k = A \cdot G \cdot d = \frac{F}{y} [N \cdot mm^{-1}]$ $F = k \cdot y$
 pružina

Průběh přímky pružiny, že se stále pohybuje
 v mezích Hookeova zákona.

2.3
 13.11.95
 4.104
 4.105

ZKRUČOVANÁ VÁLCOVÁ PŘÍMA PRUŽINA - TORZNÍ TYČ



$\tau_{max} = \frac{M_k}{W_k} \leq \tau_{DK}$

$M_k \leq W_k \tau_{DK} = \frac{\pi}{16} d^3 \tau_{DK}$

$\varphi = \frac{M_k l}{G J_p}$

$A_{def} = \frac{M_k^2 l}{2 G J_p} [J]$ $w = \frac{\tau_k^2}{4 G} [J \cdot m^{-3}]$

Pozn. Torzní pružina má 4x lepší využití
 materiálu, než ohybová pružina (ukládání
 síly podél).
 Úspora váhy - závodní auta.

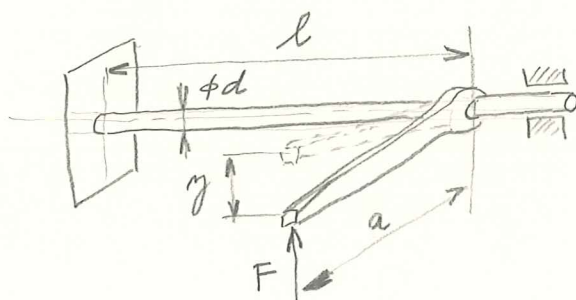
Protože w roste s druhou mocninou τ_{DK}
voli se materiál s vysokou mezí kluzu.

Volba materiálu: Atlas používá kovů ve strojírenství
 elektrotechnice a chem. průmyslu

	$\sigma_{kt \text{ min}}$ [MPa]	σ_{pt} [MPa]
14 260.8	1275	1470 až 1770
15 230.8	850	1000 až 1200
16 640.8	1300	min 1600

2E 1.11.

Príklad: Torzní hřes automobilu



$F = 2500 \text{ N}$

$a = 200 \text{ mm}$

$y = 100 \text{ mm}$

$\sigma_{DK} = 500 \text{ MPa}$ ✓

$G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$

$d = ?$

$l = ?$

Dynamické zatížení ráž

úv. str. 134 Tab. IX σ_{DK} zmenšenie o 30 ÷ 65% → KOPÍROVA SEŠIT!

Nebr netořivne moment $\frac{1}{0.65} = 1,6$ krát

$M_k = F \cdot a = 2500 \cdot 200 = 5 \cdot 10^5 \text{ Nmm}$

$M_{k \text{ max}} = 1,6 M_k = 8 \cdot 10^5 \text{ Nmm}$

$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_k}{W_k} \leq \sigma_{DK}$

$W_k = \frac{M_{k \text{ max}}}{\sigma_{DK}} = \frac{8 \cdot 10^5}{500} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

$W_k = \frac{\pi}{16} d^3 \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{16 W_k}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{\pi}} = 20,12 \text{ mm}$

$d = 20 \text{ mm}$

$\varphi = \frac{M_k l}{G J_p}$

$y = a \text{ arc } \varphi$
 $\text{arc } \varphi = \frac{y}{a} = \bar{\varphi}$

$\text{arc } \varphi = \bar{\varphi}$

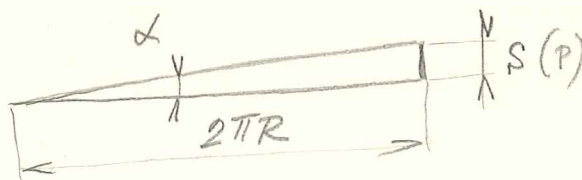
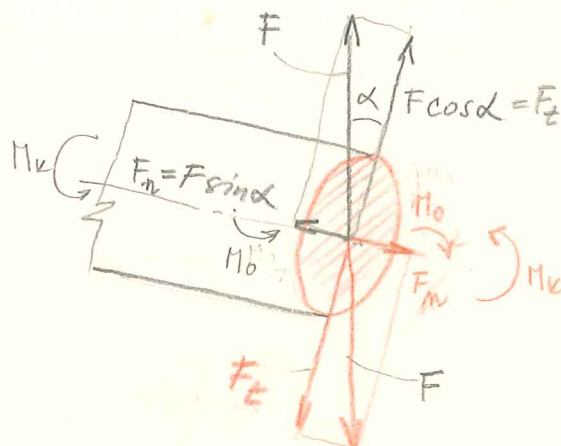
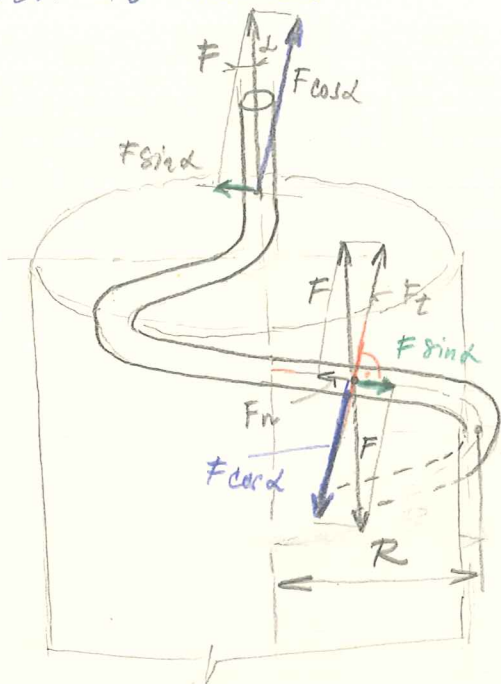
$\frac{y}{a} = \frac{M_k l}{G J_p}$

$J_p = \frac{\pi}{32} d^4$

$l = \frac{y G J_p}{a M_{k \text{ max}}} = \frac{100 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 1,5707}{200 \cdot 8 \cdot 10^5} = \underline{\underline{785,35 \text{ mm}}}$

ŠROUBOVÁ PRUŽINA TAŽNÁ A TLAČENÁ

obr. 116 str. 128



Řez ⊥ na stoupání

Pro rovnováhu v řezu platí:

- síla $|F_z| = F \cos \alpha$ namáhání SMYKEM
- síla $|F_m| = F \sin \alpha$ namáhání TAHEM (TLAKEM)
- moment $M_1 = R F \cos \alpha$ namáhání KRUTEM
- moment $M_2 = R F \sin \alpha$ namáhání OHYBEM

Když bychom uvažovali všechna uvedená namáhání se f vypočet velmi složitý. Velikost sil a momentů závisí na úhlu α ke stoupání.

Pro malé úhly α je $\sin \alpha$ velmi malé a složky se $\sin \alpha$ můžeme zanedbat.

Kрут a smyč — prakticky vypočet pružin předáme jen na kрут!

$$\underline{\underline{\tau_{max} = \frac{M_k}{W_k} = \frac{R F \cos \alpha}{\frac{\pi}{16} d^3} = \frac{16 R F \cos \alpha}{\pi d^3} = \tau_{DK}}} \quad \text{20/201}$$

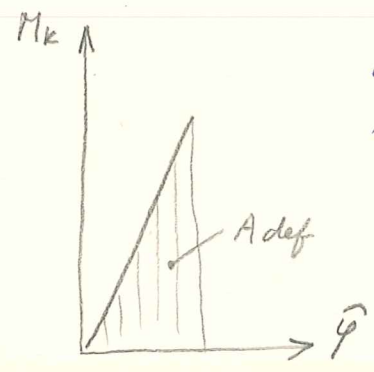
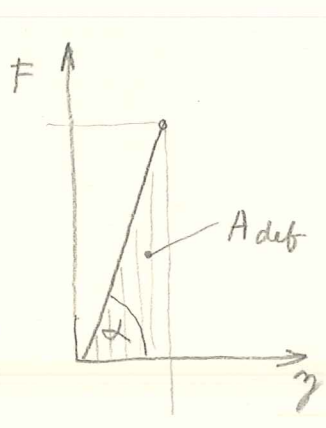
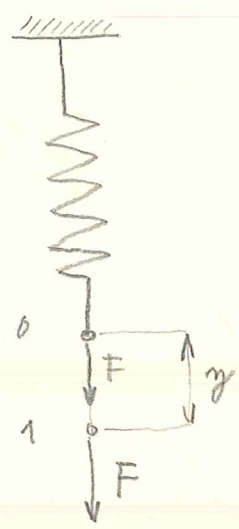
Zavádíme opravový součinitel k , kterým opravujeme zjednodušený výpočet namáhání

k^* je funkce $\frac{R}{d/2}$

tabulka str. 130 tab. VIII

$\underline{\underline{\tilde{\sigma}_{kmax} = \frac{k M_k}{W_k} = \tilde{\sigma}_{ok}}}$

Nezávisle počet závitů pružiny, ať byla deformace odpovídající dané síle. (uvážujeme opět jen krut.)



Lineární
průběh -
- oblast
Hookova
záhona

$A_{def} = \frac{M_k \hat{\varphi}}{2} = \frac{F y}{2} = \frac{M_k^2 l}{2 G J_p}$

$F y = \frac{M_k^2 l}{G J_p}$

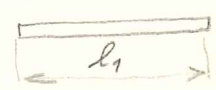
dosadíme:

$M_k = R F; \quad J_p = \frac{\pi}{32} d^4$
cosd $\rightarrow 1,0$

pro 1 závit $l_1 = 2\pi R$
pro n závitů $l = n 2\pi R$



ROZVINUTÝ ZÁVIT



$F y = \frac{R^2 F^2 n 2\pi R}{G \frac{\pi}{32} d^4}$

$y = \frac{64 \cdot F R^3 n}{G d^4} \quad [mm]$

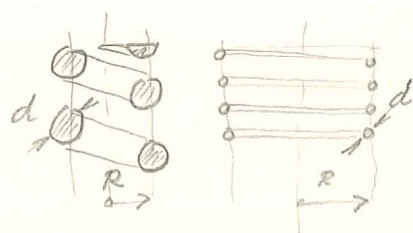
$F = \left(\frac{G d^4}{64 R^3 n} \right) \cdot y = k$

$\underline{\underline{F = k y}}$

lineární prv.
závislost mezi silou
a prodl. pružiny

$$k = \frac{G d^4}{64 R^3 m} \quad [Nmm^{-1}] \text{ konstanta pružiny}$$

tubool pružiny



ROZBOR

$$\underline{\underline{k = \frac{F}{y} = Agd}}$$

2B

17.11.95

Šlím je vetší tubool pružiny, čím bude pružina tvrdší

V práci zvažme y pro určitou aplikaci
chceme určit m

$$\underline{\underline{m = \frac{G d^4 y}{64 F R^3}}}$$

Pro určitý způsob zadaní parametrů provedeme úpravu

$$M_k = W_k \tilde{\tau}_{DK} = \frac{\pi}{16} d^3 \tilde{\tau}_{DK}$$

$$M_k = FR$$

$$F = \frac{\pi d^3}{16 R} \tilde{\tau}_{DK}$$

$$y = \frac{64 F R^3 m}{G d^4} = \frac{\frac{4}{64} \frac{\pi d^3}{16 R} \tilde{\tau}_{DK} R^3 m}{G d^4} = \frac{4 \pi R^2 m \tilde{\tau}_{DK}}{G d}$$

$$\underline{\underline{y = \frac{4 \pi R^2 m \tilde{\tau}_{DK}}{G d}}}$$

$$\underline{\underline{m = \frac{G d y}{4 \pi R^2 \tilde{\tau}_{DK}}}}$$

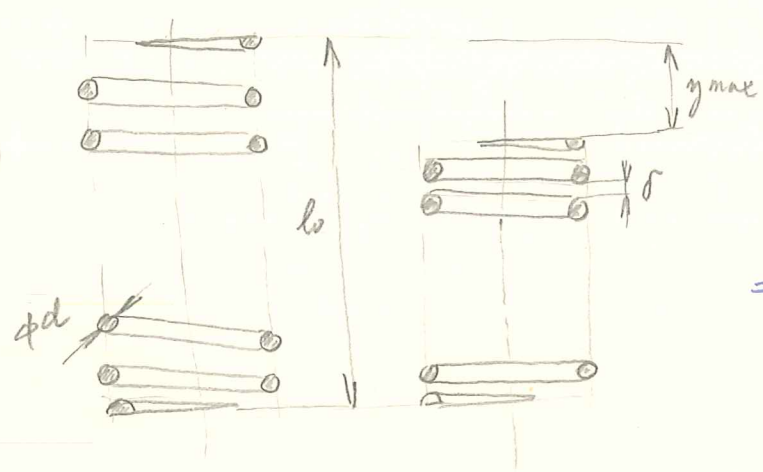
Tahná pružina - k pružicím závitům nepočítá
závitů konce (obou) obr. 115

Tlaďná pružina - závitové závitů 3/4 závitů
před 1,5 závitů se do výpruhu
nezapočítávají

Pro max. stlačení nesmí závitů na sebe dosáhnout,
musí mít vůli δ

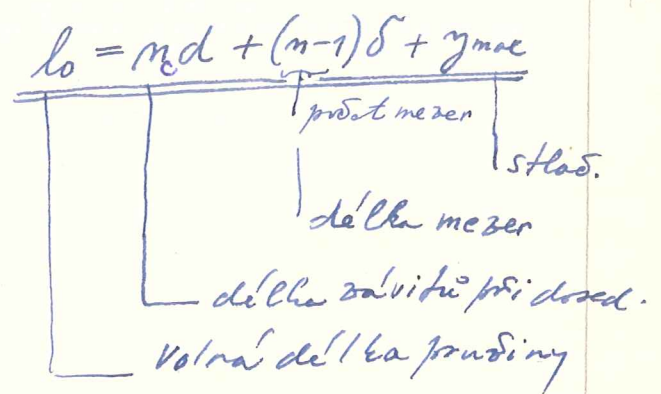
$$\underline{\underline{\delta = (0,1 \div 0,2) d}}$$

min. však 0,5 mm!



Celkový počet závitů (včetně závitů na začátku) --- n

DH
4.110
4.112



Příklad: Pojistkový ventil pro parní kotel.

Ventil musí reagovat při vzrostu tlaku o 10%

Máme vyprojektovat $d = ?$ a l_0

$n_c = 18,5$ (včetně závitů na začátku)

$p = 2,4 \text{ MPa}$

$D = 20 \text{ mm}$ -- průměr sedla

$R = 15 \text{ mm}$

$\bar{\sigma}_{DK} = 500 \text{ MPa}$

$G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$

obr. 119 str. 132

$p_{max} = 1,1 p = 1,1 \cdot 2,4 = 2,64 \text{ MPa}$

$F = \frac{\pi D^2}{4} p_{max} = \frac{\pi \cdot 20^2}{4} \cdot 2,64 = 829,3 \text{ N}$

$\bar{\sigma}_{max} = \frac{M_k}{W_k} \leq \bar{\sigma}_{DK} \Rightarrow W_k = \frac{M_k}{\bar{\sigma}_{DK}} = \frac{FR}{\bar{\sigma}_{DK}} = \frac{829,3 \cdot 15}{500} = 24,87 \text{ mm}^3$

$W_k = \frac{\pi}{16} d^3 \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{16 W_k}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 24,87}{\pi}} = 5,02 \text{ mm}$

$d = 5,00 \text{ mm ST}$

$y_{max} = \frac{4 \pi R^2 n \bar{\sigma}_{DK}}{G d} = \frac{4 \pi \cdot 15^2 \cdot 17,5 \cdot 500}{8 \cdot 10^4 \cdot 5} = 60 \text{ mm}$ | $n = 17$

$l_0 = d n_c + (n-1) \delta + y_{max} = 5 \cdot 18,5 + 17 \cdot 5,0 + 60 = 92,5 + 8,75 + 60 = 161 \text{ mm}$ | $1,5$ závitů zůst.
 $\delta = 0,1 d = 0,5 \text{ mm}$

Pozoránieka: Práčina pracuje občas, pretože jómé volili
veľké dovol. napätí \bar{U}_{0k} . Sedižením pou-
žitím docíliťe přesné hodnoty regulované
hluku

Výsledok proudu je uvedený v tab. IX na str. 134
násobnice — prohlednouti tabulky.

2E | 8.1

NAMÁHÁNÍ OHYBEM

Nosník - prut s rovinným průřezem velmi malými
ve srovnání s jeho délkou - přímý nosník

Přímý ohyb - síly, nebo momenty ležící v rovině
procházející osou souměrnosti nosníku

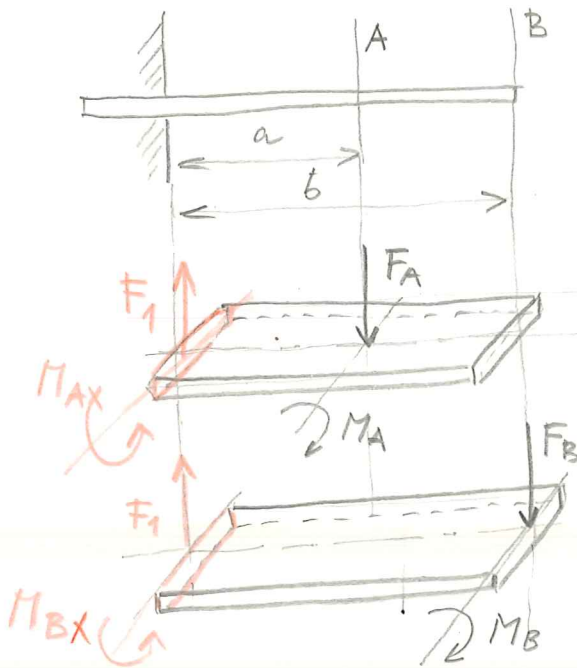
2D/10.11.

Ohyb je doprovázen smykem, když smyk k ohybu
- čistý ohyb

2C/10.11.

$$F_A = F_B = F$$

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \dots 0 \\ \sum F_y &= 0 \dots |F_1| = F \\ \sum M &= 0 \dots * \end{aligned}$$



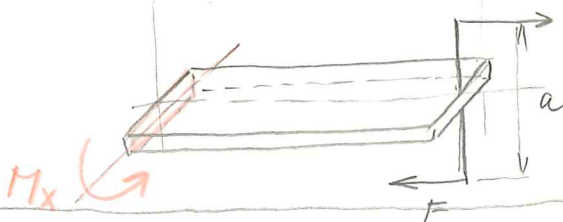
$$* |M_{MAX}| = M_A = F \cdot a$$

$$* |M_{BX}| = M_B = F \cdot b$$

Mimo momentu
je ve sledovaném
řezu síla

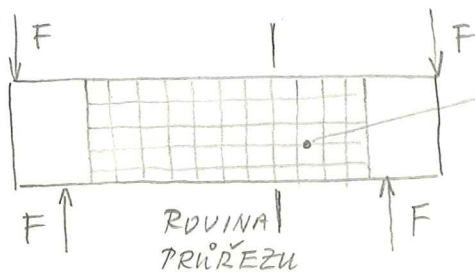
F₁ - posouvající síla
(SMYK)!

Dvojice sil - čistý ohyb

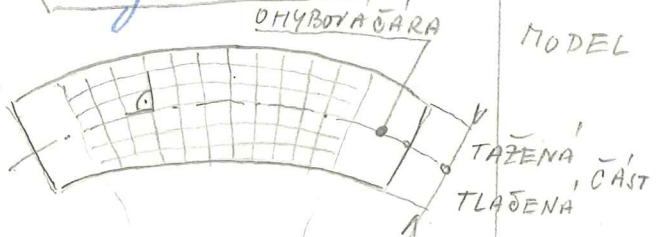


Posouvající síla
ohybu

POKUS:



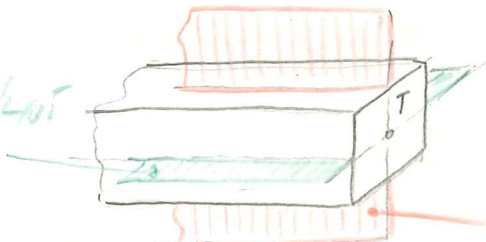
PODELNÉ
VLÁKNO



MODEL

TAŽENÁ ČÁST
TLAŽENÁ

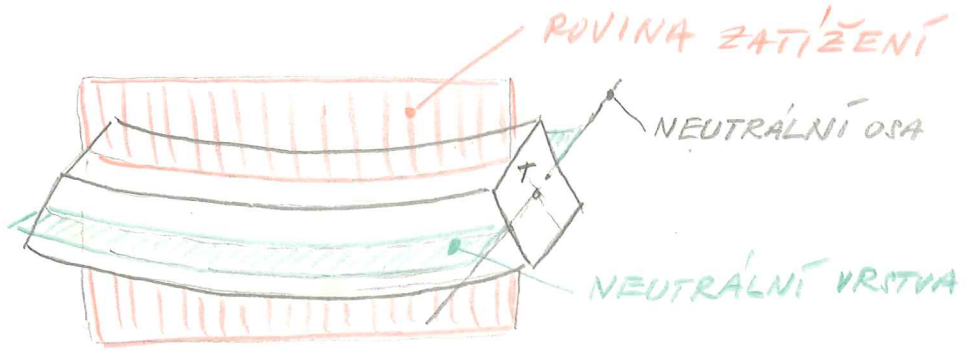
NEUTRÁLNÍ
VRSTVA



ROVINA ZATÍŽENÍ

ROZBOR - CO BY SE STALO, KDYBY NEPROCH. T

2C 11.11.



- Co budeme řešit:
- a) - max. napětí
 - velikost průřezu
 - únosnost nosníku
 - b) tvar deformační šířky

Podmínky řešení:

- 1) Nosník je přirovnán pruhu
- 2) Vnější zatížení působí v jedné rovině - rov. zatížení
- 3) Předpokládáme dokonale tuhá tělesa (malé průhyby)
jinak bychom museli provádět rozklad sil
- 4) Podélrať vláček na sebe nepůsobí
- 5) Deformace je dána obvyklou sárou
- 6) Roviny průřezu zůstávají rovinnými a jsou kolmé k obvyklé sáře

ULOŽENÍ NOSNÍKU, ZATÍŽENÍ, VAZEBNÉ SÍLY

Nosník je pevně a přímo osou uloženy na podpěrách, nebo upevněny, zatížený břemeny.

Zatížení přenáší nosník na podpěry.
Reakce podpěr nazýváme vazebnými silami uložení.

Vazebné síly usouvěre ze statické

podmínky rovnováhy:

$$1) \quad \sum F_x = 0$$

$$\quad \quad \quad \sum F_y = 0$$

$$\quad \quad \quad \sum M = 0$$

Tři podmínky - tři nezávislé složky vazebné síly

Polohu je více než značný plošek - jedná se o nosný statický neuroditel.

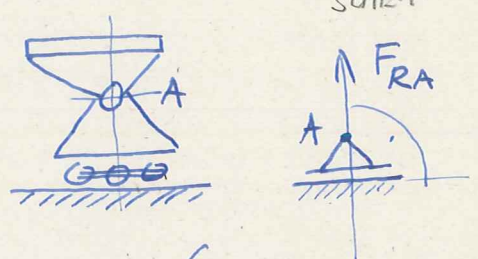
Pro prostorovou soustavu:

- 1) $\sum F_x = 0$
- 2) $\sum F_y = 0$
- 3) $\sum F_z = 0$
- 4) $\sum M_x = 0$
- 5) $\sum M_y = 0$
- 6) $\sum M_z = 0$

6 rovnic - 6 neznámých

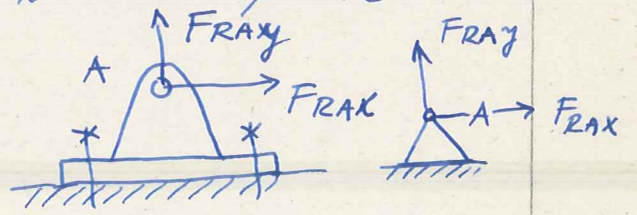
DRUHÝ PODPĚR

1) Posuvně vedení

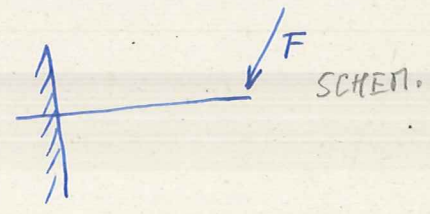
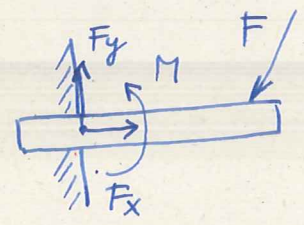


2) Kloubová podpora

Síla reakční v obecné poloze



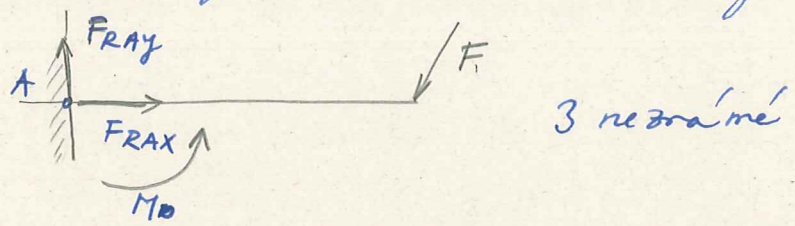
3) Větrník



DHÝBOVÉ ZATÍŽENÍ PODLE ULOŽENÍ NOSNÍKU

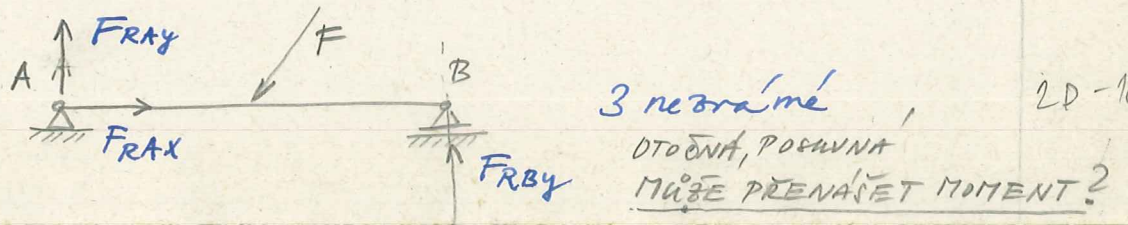
3 podmínky statické rovnováhy - 3 neznámé

a) Nosník na jednom konci větrník



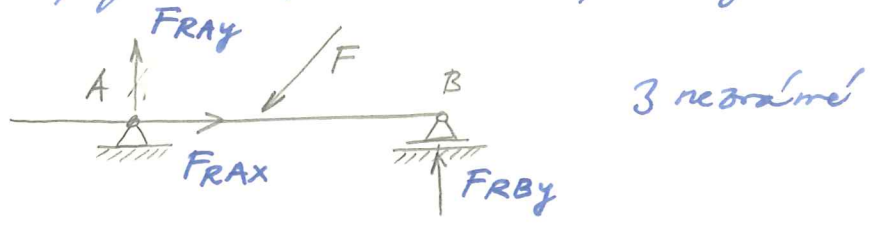
20.9
21.11.95

b) Nosník na dvou podpěrách - otočná, posuvná



20-16.11

c) Nosník s jedním, nebo dvěma převisy má konce



Nosník s uložemím typu a, b, c jsou staticky neurčitě

V praxi nastává zjednodušené uložení a přitáhne celá těl. Síly působí kolmo na nosník.

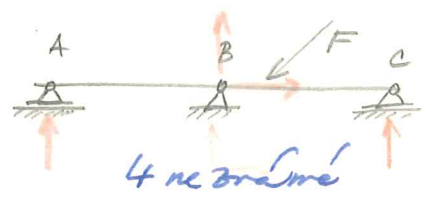
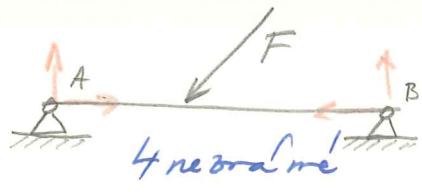
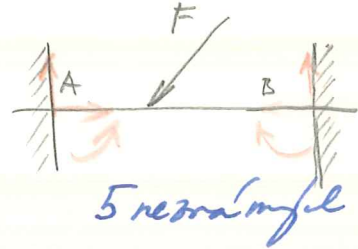
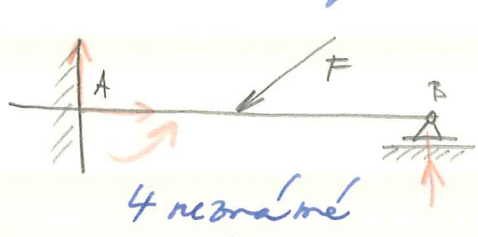
Pak máme pouze dvě rezařné. Nemí třeba rozřezávat otvřené těl, proto může být uložení v obou podpěrách souřné.

Na pr. ložišla u křídle.

Nosník staticky neurčitě.

D.C - 15.11.

Více rezařněl, než máme rovnic k dispozici tj více než tři

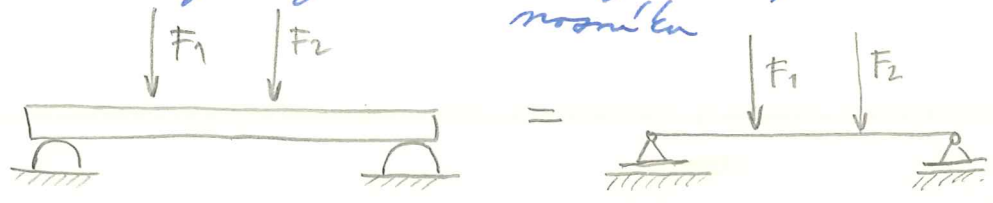


ULOŽENÍ SKUTEČNÉHO NOSNÍKU

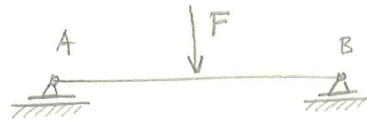
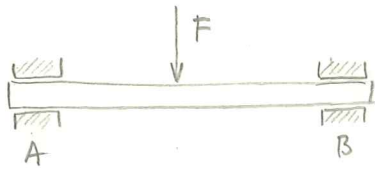
Přodloví uložení jsou teoretic bů - ideální.

Skutečné uložení:

a) podpěry nety bů - dovolují otvř prodlouženou nosník



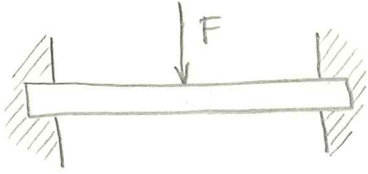
b) Hřídél v ložiskách



nemusí být ani jedno ložisko naklápění

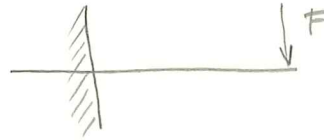
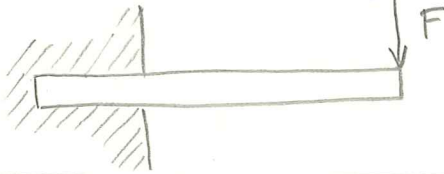
c) Konce velbouž

- ale délka velbouží je malá - umožní měřit materiál



Na první pohled staticky neurčitá ale $F \perp$ na nosník - stat. určitá

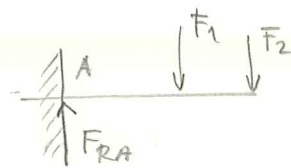
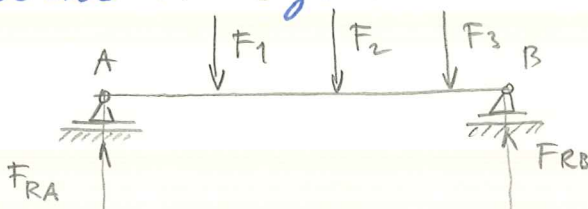
d) Nosník velbouží hluboko zavážený



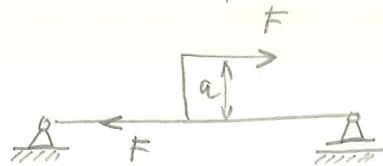
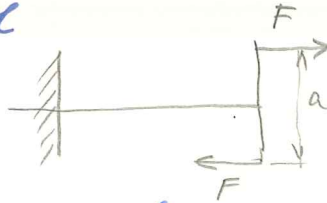
2D / 18.11.

DRUHÝ ZATÍŽENÍ NOSNÍKU

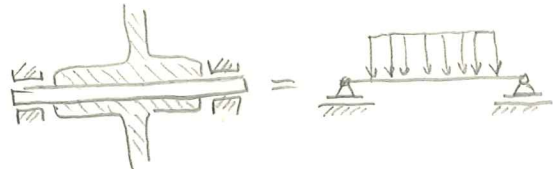
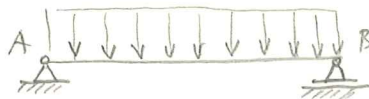
a) Zatížení osami třemi silami



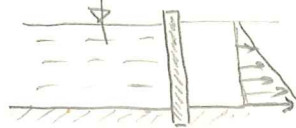
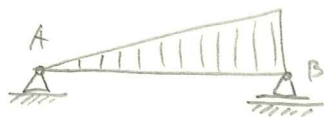
b) Dvojčísle



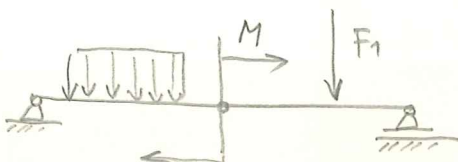
c) Spojité zatížení



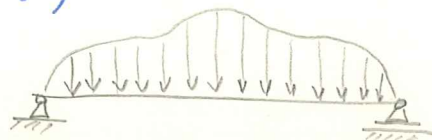
d) Spojité rovnoměrné rozložení



e) Kombinované



f) Obecné



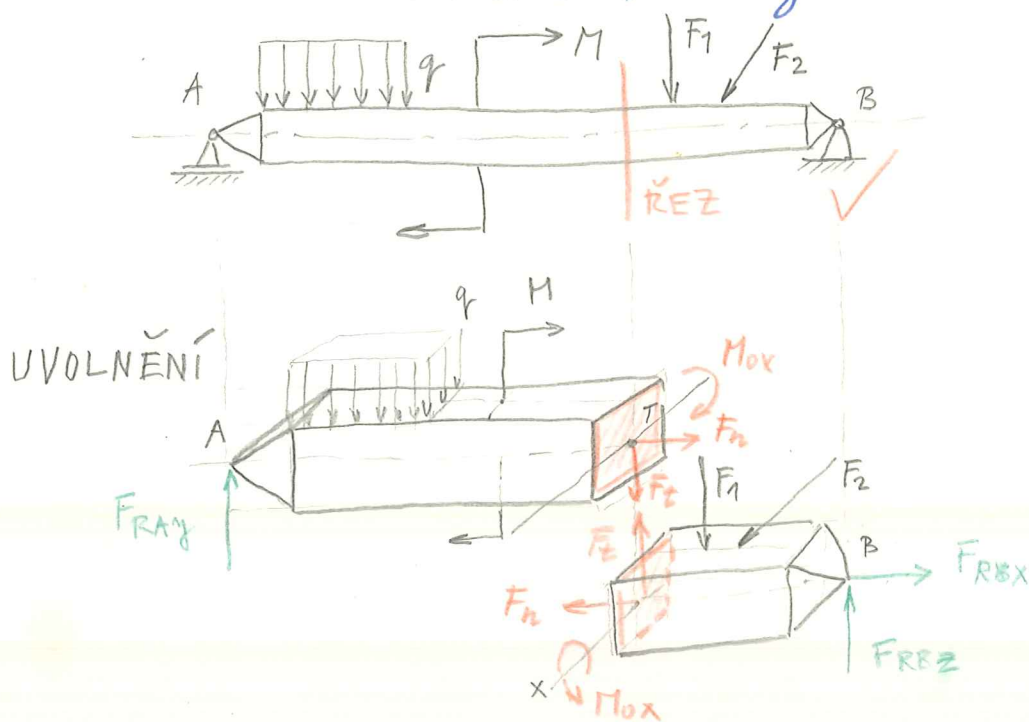
2E / 9.11.

CHARAKTERISTICKÉ VELIČINY ZATÍŽENÍ

Umožňuje reakce - VAZEBNÉ SÍLY. Ty patří k vnějším silám. Nevíme však jak se síly projeví uvnitř nosníku

Metoda řezu - opakování:

- a) vedeme řez v místě, kde chceme znát vnitřní síly a momenty
- b) odstraníme jednu část a přečláme tu jednoduchou
- c) na přečlané části zavedeme síly a momenty které na hradi působily odstraněné části



Zatížením leží v ose y-z

Levá část

F_N, F_V, M_{ox} jsou reakce na vnitřní síly v řezu
Zavádíme kladné síly i když směrem nahoře,
že náš předpoklad nebyl správný. Některé
síly mohou odpadnout

Pravá část

Síly a momenty mají opačný směr

Vřezu od F_N - \bar{b}
 F_V - \bar{c}

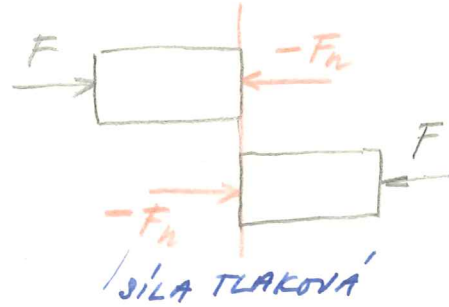
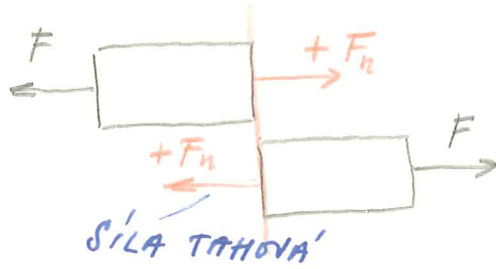
Když F_N odpadne (síly \perp k nosníku)
pak zůstává F_V a M_0

že statický podmínek určíme ve zvoleném řezu F_N, F_T, M_0

1) Normálová síla F_N

Síla v rovině řezu, která je v rovnováze s vnitřními silami ve směru kolmém na výřez řezu.

Orientace:

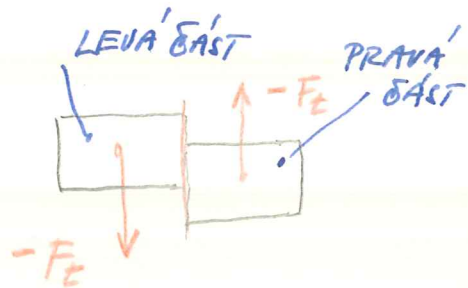
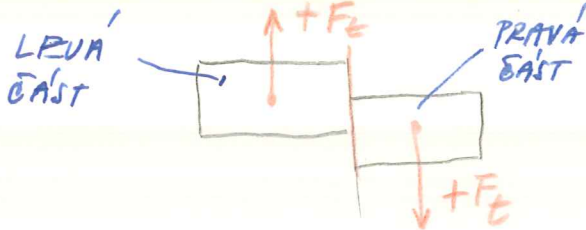


23/11.11.

2) Posouvající síla F_T

Síla která prochází tědístem a je v rovnováze s příslušnými silami (a jejich výhledy) na jedné straně zvoleného řezu.

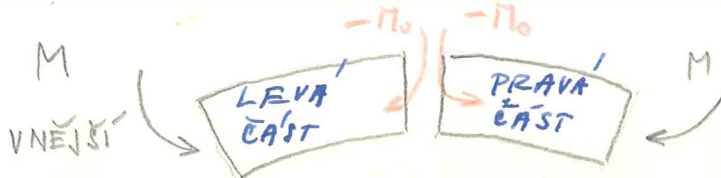
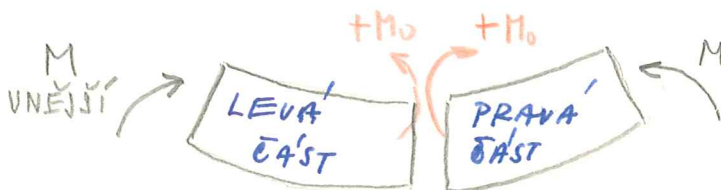
Orientace:



3) Úhybový moment M_0

Je to moment v místě řezu, který je s vnitřními momenty vtaženými k tědísti řezu v rovnováze.

Orientace:



Levá část

- moment v řezu proti hodinovému rušičkám (+)

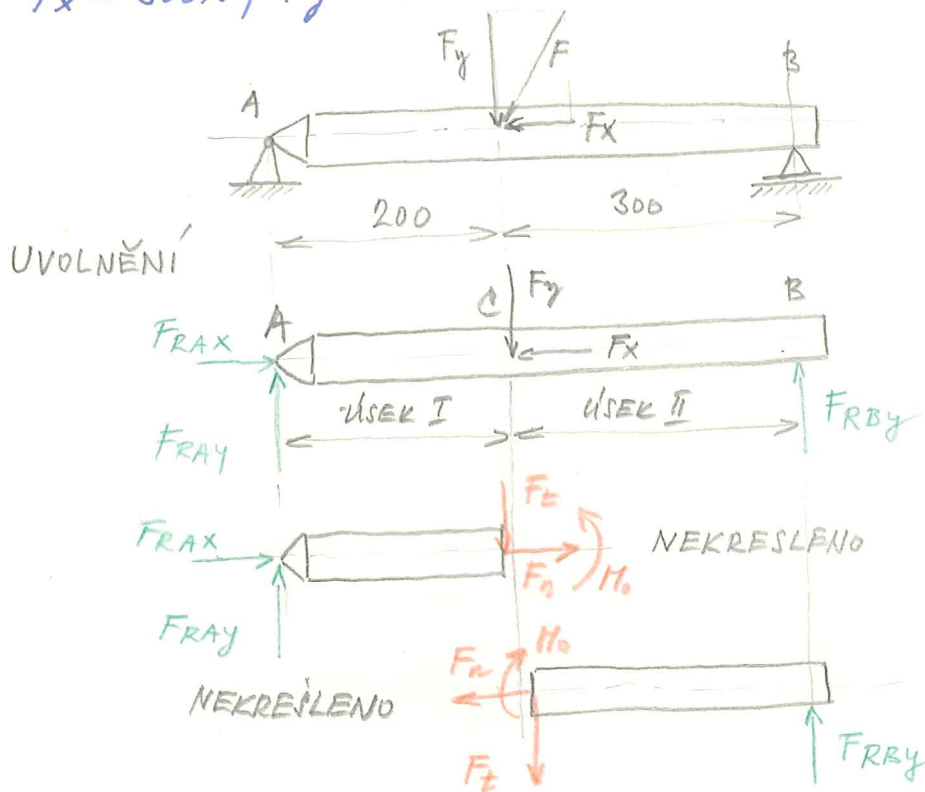
Pravá část

ve směru hodin. rušiček (+)

23/22.11

Nosník je zatížen silou F , která má složky F_x, F_y

$F_x = 300\text{N}, F_y = 500\text{N}$



Poznámka: Ušebnice uvádí ještě něco, když dolevé a pravé strany je zahrnuta i síla F_y, F_x

Postup řešení:

- 1) Nosník uvolníme a rozdělíme na úseky I, II a vypočítáme reakce - vnitřní síly

$\Sigma F_x = 0 \dots FR_{AX} - F_x = 0$

$\Sigma F_y = 0 \dots FR_{AY} - F_y + FR_{BY} = 0$

$\Sigma M_A = 0 \dots -F_y \cdot 200 + FR_{BY} \cdot 500 = 0$

$FR_{AX} = F_x = 300\text{N}$

$FR_{BY} = F_y - FR_{AY} = 500 - 300 = 200\text{N}$ KONTROLA

$FR_{BY} = \frac{200 \cdot F_x}{500} = 200\text{N}$

- 2) Řešení sil v místě řezu C - bezprostředně vlevo od C

$\Sigma F_x = 0 \dots FR_{AX} + F_n = 0$

$\Sigma F_y = 0 \dots FR_{AY} - F_t = 0$

$\Sigma M = 0 \dots -FR_{AY} \cdot 200 + M_0 = 0$

L.B

27.11.95

D4 4.115



$$F_n = -F_{RAX} = -300N \quad \dots \text{nemí to síla tahová, jak jsem si myslel, ale tlaková}$$

$$F_t = F_{RAY} = 300N$$

$$M_0 = F_{RAX} \cdot 200 = 6 \cdot 10^4 \text{ Nmm}$$

3) Vedení řez bezprohýbně vpravo od bodu C

$$\Sigma F_x = 0 \dots \dots F_n = 0 \quad \dots \dots F_n = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \dots \dots F_{RAY} - F_t = 0 \quad \dots \dots F_t = F_{RBY} = 200N$$

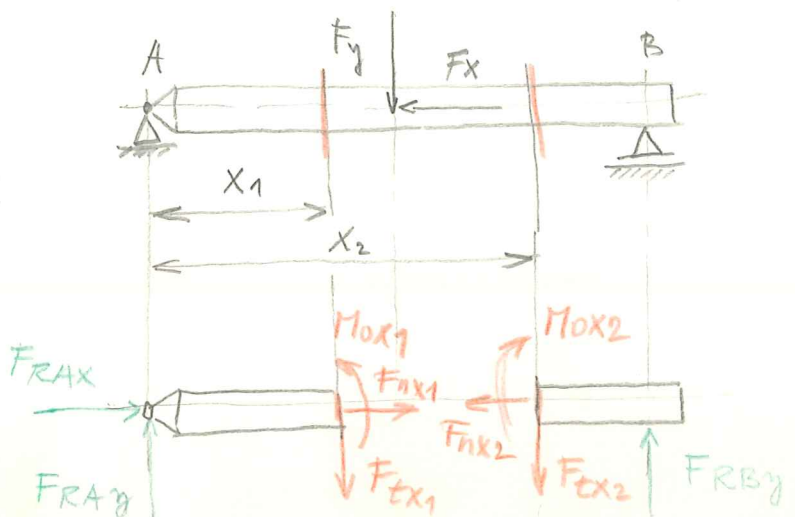
$$\Sigma M = 0 \dots \dots M_0 - F_{RBY} \cdot 300 = 0 \quad \dots \dots M_0 = F_{RBY} \cdot 300 = 6 \cdot 10^4 \text{ Nmm}$$

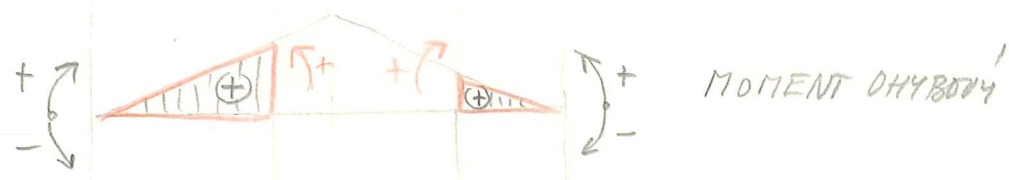
- Závěr:
- 1) Normálová síla je v místě C měrně shodem z 300N na 0
 - 2) Posouvačická síla je v místě C měrně shodem s velikostí síly F_y
 - 3) Moment z levé i pravé strany je shodně stejný, takže je praxe přijatelné.
Proto maxime důsledně dodržovat úmluvu o znaménkách.
 - 4) Max. ohybový moment upadl v místě zátěže posouvačickou síly.

- Pro řešení musíme předat levou, nebo pravou stranu. Vždy radně budeme dělit levou stranu (až potom redituji když ve znaménkách)

GRAFICKÝ PRŮBĚH - NÁBORNÝ

Zoborní průběh síly a momentů podél celé délky nosníku. Předloží příklad $x_1 < 200 \text{ mm}$
 $x_2 > 200 \text{ mm}$



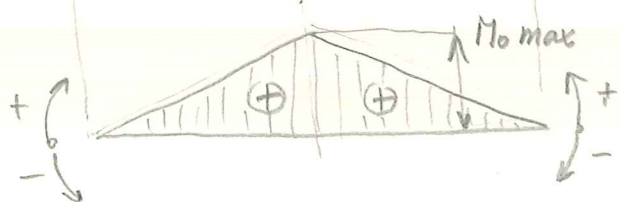
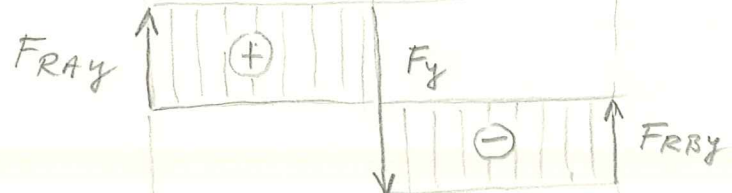


28.
28.11.95

ROZLOŽENÍ SIL A MOMENTŮ PO CELE DĚLCE



POSOVAVACÍ SÍLA



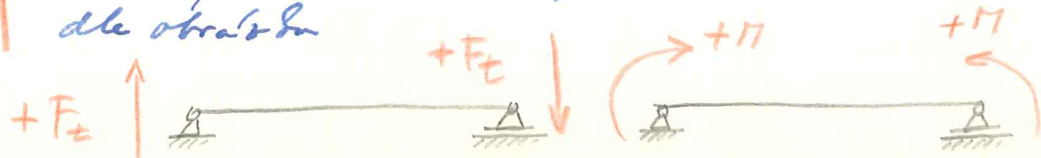
Vypočet hodnot tohoto příkladu je v učebnici str. 157 tab. XI. (z těchto hodnot kreslíme příběhy)

Dodržení pravidel se staticky:

- pravotočivé momenty jsou záporné $\curvearrowright \ominus$
- levotočivé momenty jsou kladné $\curvearrowleft \oplus$

Dodržení pravidel pro řešení nosníku:

Pro zamezení chyb při přechodu z levé na pravou stranu budete dodržovat orientaci dle obrázku



ZÁVISLOST MEZI F_z a M_0

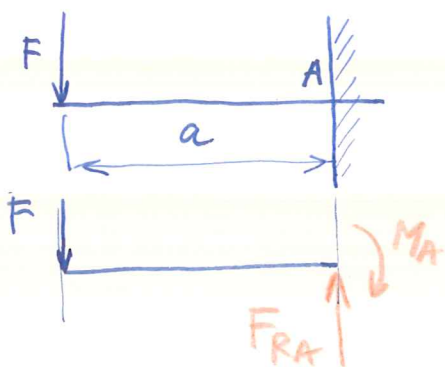
SCHWEDLEROVA VĚTA

Maximální ohybový moment je tam, kde působí síla rovněž osově, nebo tedy je nulová.

Poznámka: Bude se jednat převažně nosníky bez osové síly $F_z = 0$

2E / 16.11.

VETKNUTE NOSNÍKY



Drůž nezávislé:

$$F = |F_{RA}|$$

$$M_A = F \cdot a$$

$$M_0 = F \cdot a$$

Ve vetknutí vzniká drožnice pil, tedy ohybový moment.

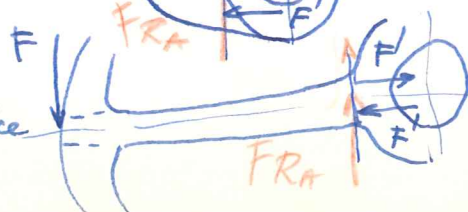
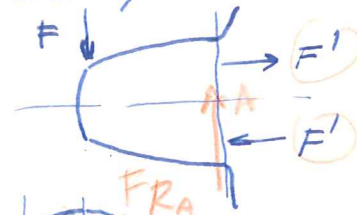
Provedení vetknutí:

1) Vetknutí provádí jeden celek postavením materiálem

- ozub. kolo, zub

- vřetka, páka

- řemenice



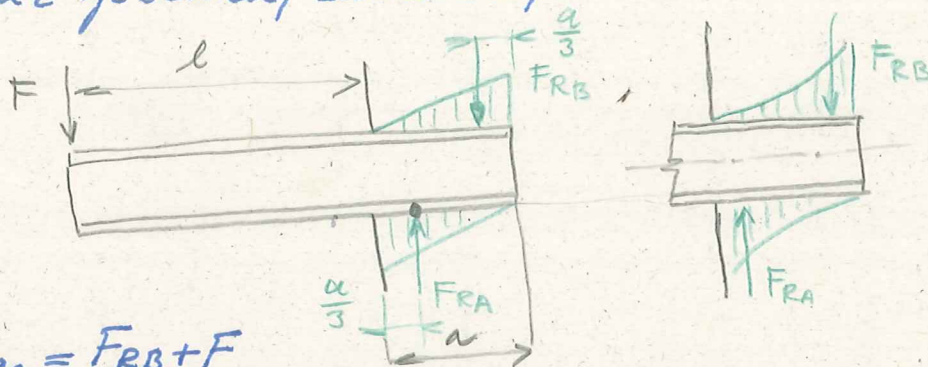
2D / 24.11

2C / 22.11.

2) Nosník je přivařen



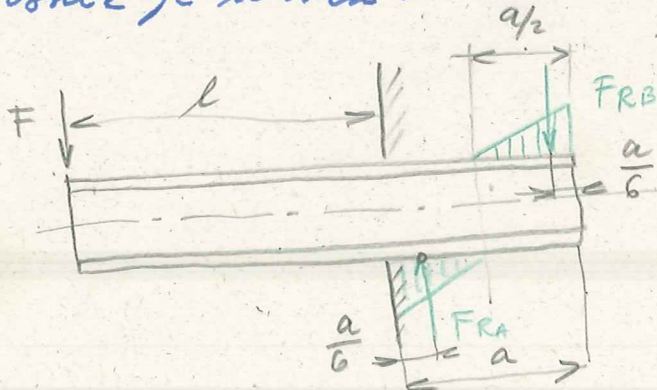
3) Nosník je sevřen, zalicován, zabetonován



$$F_{RA} = F_{RB} + F$$

$$M_0 = F(l + \frac{a}{3}) = F_{RB} \cdot \frac{a}{3}$$

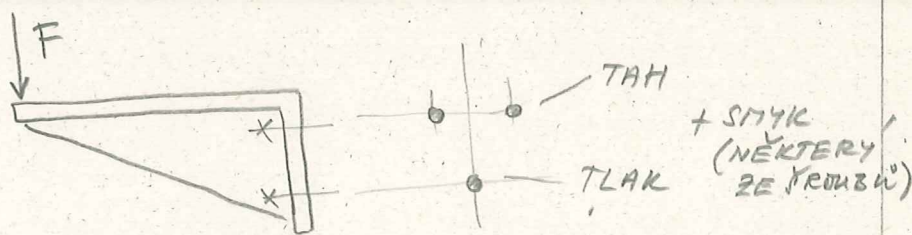
4) Nosník je vložen ve zdivu



$$F_{RA} = F + F_{RB}$$

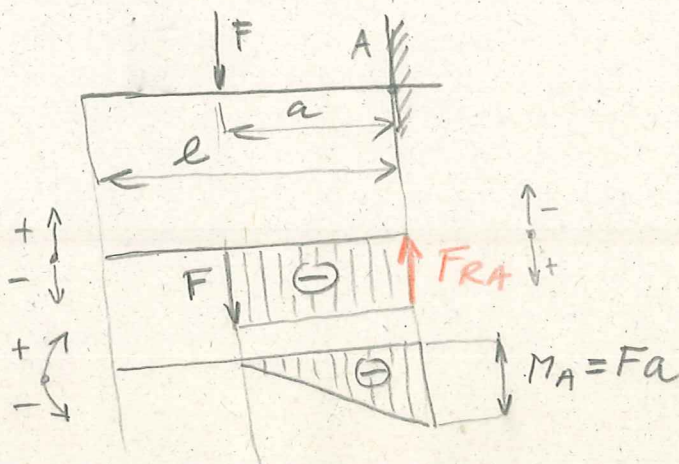
$$M_0 = F(l + \frac{a}{6}) = F_{RB} \frac{2}{3} a$$

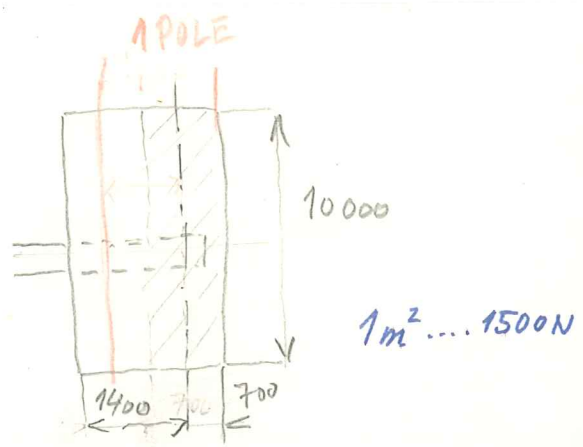
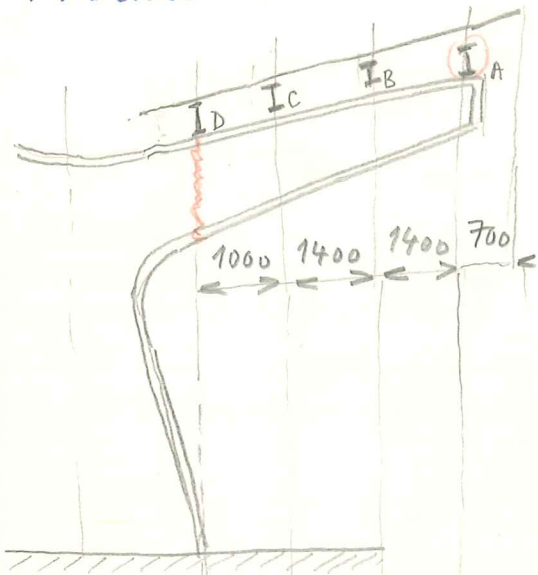
5) Nosník je upevněn prouty



Při řešení všech případů nebude brát v úvahu vzhled této nosníku ~~brát v úvahu~~.

Příklad. F, l, a





2B
30.11.91

Placa stály prístih na jeden

I profil

$$S = 1,4 \cdot 10 = 14 \text{ m}^2$$

$$F_1 = 14 \cdot 1500 = 21000 \text{ N}$$

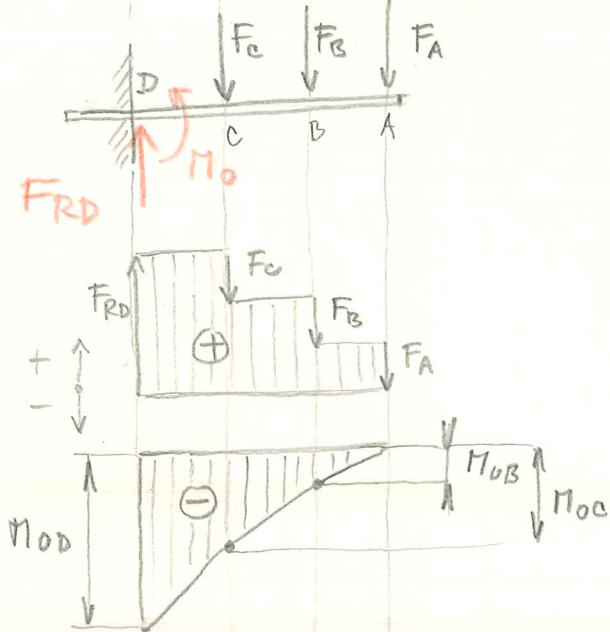
$$F_A = F_B = F_C = F_1 = 21000 \text{ N}$$

$$F_{RD} = F_A + F_B + F_C = 63000 \text{ N}$$

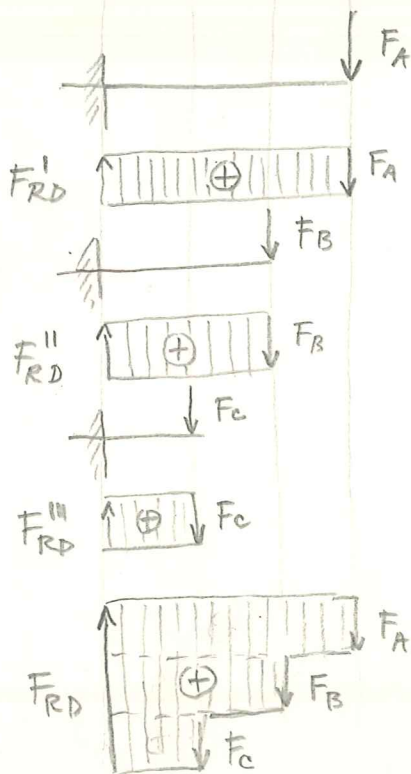
$$M_{0B} = -F_A \cdot 1,4 = 21000 \cdot 1,4 = -29400 \text{ Nm}$$

$$M_{0C} = -F_A \cdot 2,8 - F_B \cdot 1,4 = F_A (2,8 + 1,4) = -21000 \cdot 4,2 = -88200 \text{ Nm}$$

$$M_{0D} = -F_A \cdot 3,8 - F_B \cdot 2,4 - F_C \cdot 1 = -F_A (3,8 + 2,4 + 1) = -151200 \text{ Nm}$$



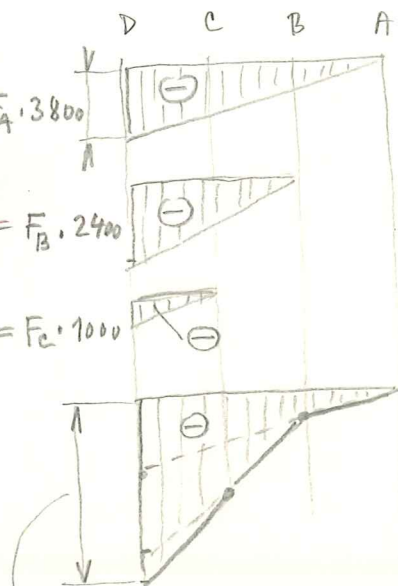
Metoda skladat' n' d' in ku
SUPERPOZICE



$$M_0^I = F_A \cdot 3800$$

$$M_0^{II} = F_B \cdot 2400$$

$$M_0^{III} = F_C \cdot 1000$$

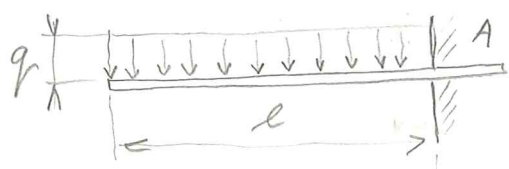


$$M_{0max} = M_0^I + M_0^{II} + M_0^{III}$$

VETKNUTÝ NOSNÍK SPOJITĚ ZATÍŽENÝ

q - měrné zatížení [N.m⁻¹]
 F_q - celkové zatížení [N]

2.B.
 4.12.95
 DM
 4.12.1
 DN 4.12.2



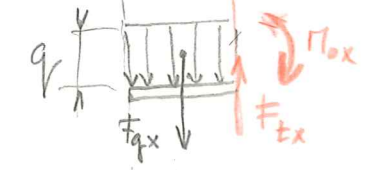
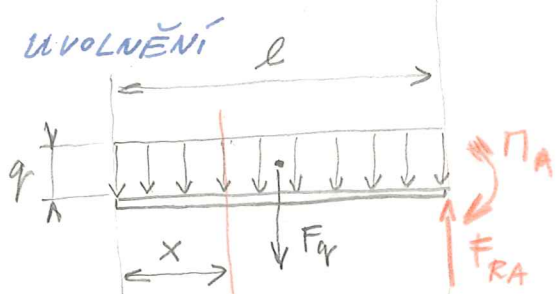
$$F_q = q \cdot l \text{ [N]}$$

$$q = \frac{F_q}{l}$$

Podmínky rovnováhy:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \dots \dots F_{xA} = 0 \\ \sum F_y &= 0 \dots \dots -F_{yA} + F_q = 0 \\ \sum M_A &= 0 \dots \dots F_q \frac{l}{2} - M_A = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{yA} &= F_q \\ M_A &= F_q \frac{l}{2} = q \frac{l^2}{2} \end{aligned}$$



Pro řez x

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \dots \dots -F_{yx} + F_{yx} = 0 \\ \sum M_x &= 0 \dots \dots F_{yx} \cdot \frac{x}{2} - M_{ox} = 0 \end{aligned}$$

$$F_{yx} = F_{yx} = q \cdot x$$

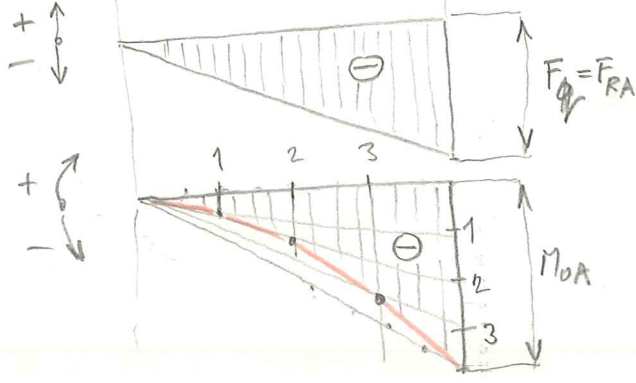
$F_{yx} = q \cdot x$... rovnice přímky

$$\begin{aligned} x=0 &\dots \dots F_{yx} = 0 \\ x=l &\dots \dots \boxed{F_{yx} = F_q} \end{aligned}$$

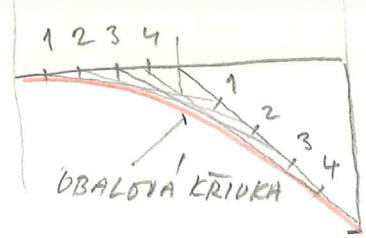
$$M_{ox} = F_{yx} \cdot \frac{x}{2} = q \cdot x \cdot \frac{x}{2} = q \frac{x^2}{2}$$

$M_{ox} = \frac{q}{2} x^2$... rovnice paraboly

$$\begin{aligned} x=0 &\dots \dots M_o = 0 \\ x=l &\dots \dots \boxed{M_o = \frac{q l^2}{2}} \end{aligned}$$

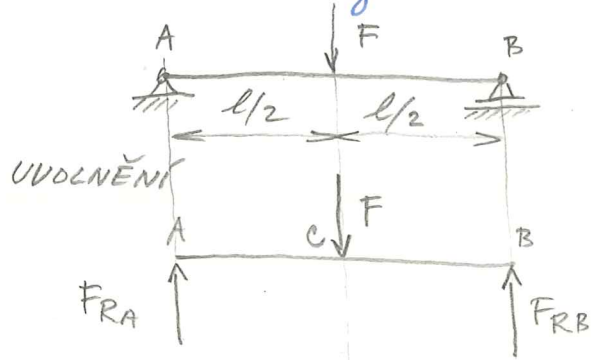


JINÁ KONSTRUKCE PARABOLY

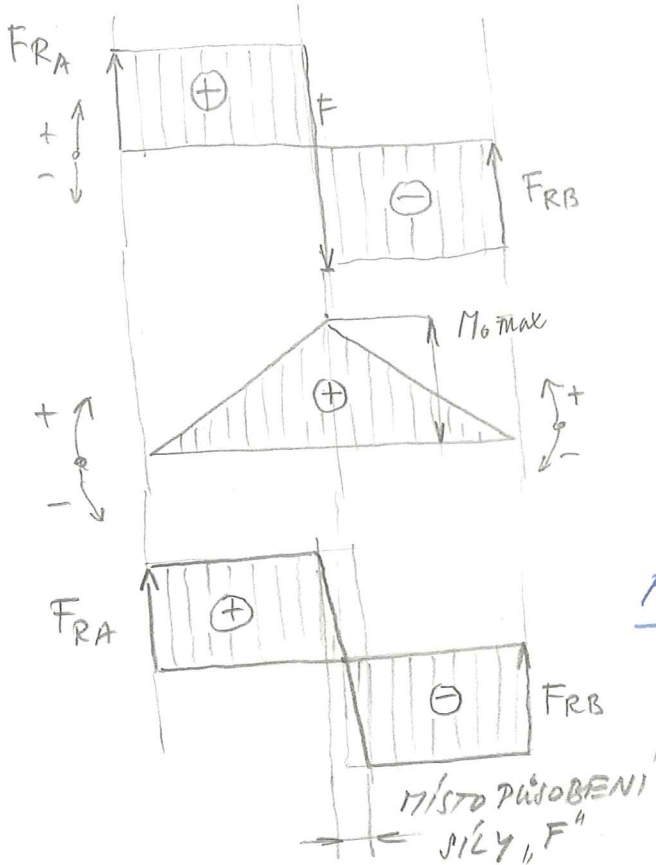


NOSNÍK NA DVOU PODPĚRÁCH

Jednoduchý nosník - síla uprostřed



2C | 25.11.



$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \dots\dots\dots + \\ \sum F_y &= 0 \dots\dots F_{RA} - F + F_{RB} = 0 \\ \sum M_B &= 0 \dots\dots -F_{RA}l + F \frac{l}{2} = 0 \end{aligned}$$

$$F_{RA} = F \frac{l}{2l} = \frac{F}{2}$$

$$F_{RA} = F_{RB} = \frac{F}{2}$$

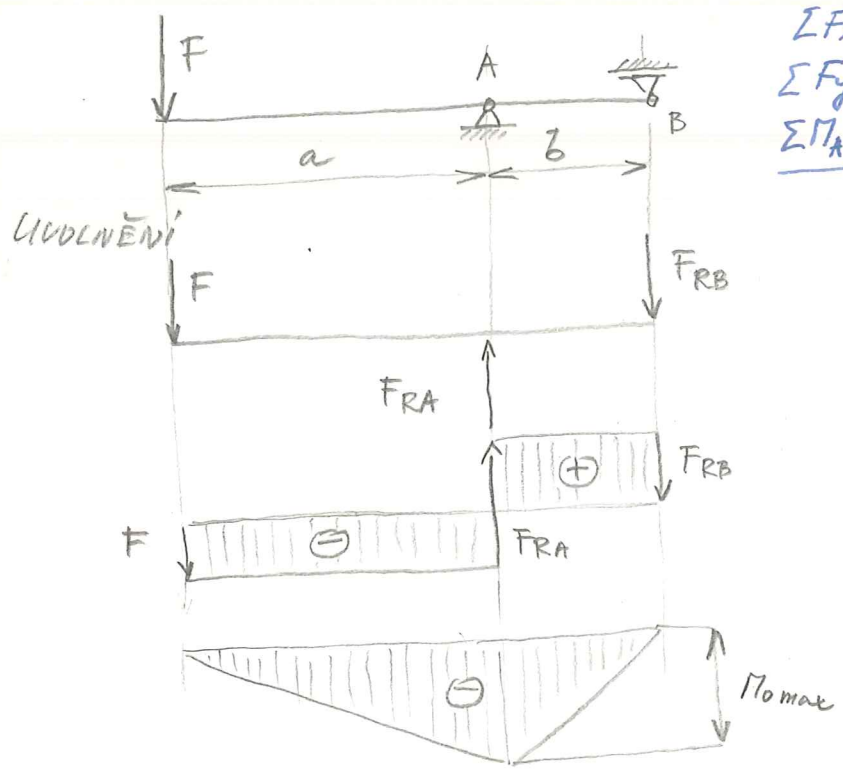
$$M_{0max} = F_{RA} \cdot \frac{l}{2} = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Fl}{4}$$

$$\underline{\underline{M_{0max} = \frac{Fl}{4}}}$$

2B
5.12.95

Poznámka: ve skutečnosti síla F nepůsobí bodově. Průběh průsmerných sil je v místě působení šířkou

NOSNÍK NA DVOU PODPĚRÁCH S OSAMĚLOU SILOU NA PŘEVISLÉM KONCI



$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \dots\dots\dots 0 \\ \sum F_y &= 0 \dots\dots -F + F_{RA} - F_{RB} = 0 \\ \sum M_A &= 0 \dots\dots +F \cdot a + F_{RB} \cdot b = 0 \end{aligned}$$

$$F_{RB} = F \frac{a}{b}$$

$$F_{RA} = F + F_{RB} = \underline{\underline{F(1 + \frac{a}{b})}}$$

$$M_{0max} = \underline{\underline{-F \cdot a}}$$

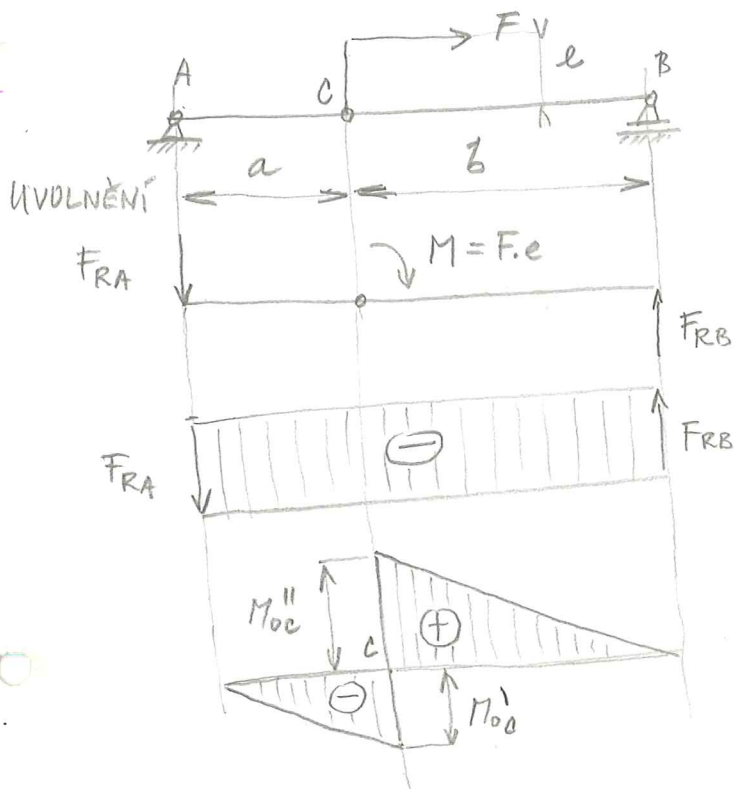
nebo

$$M_{0max} = \underline{\underline{-F_{RB} \cdot b}}$$

5.12.95

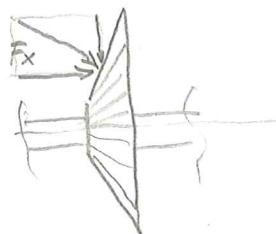
NOSNÍK NA DVOU PODPĚRÁCH ZATÍŽENÝ

SILOVÁ DVŮJICE



Příklad - kuželové kolo
 složka rovnoběžná s osou
 nosníku.

Pro jednoduchost výpočtu
 složku \perp k ose se bude
 zanedbat.



$$M = F \cdot l = F_{RA} \cdot l$$

$$F_{RA} = F_{RB} = \frac{-F \cdot l}{l}$$

$$\sum F_y = 0 \dots \dots -F_{RA} + F_{RB} = 0$$

$$F_{RA} = F_{RB}$$

$$\sum M_A = 0 \dots \dots -F \cdot l + F_{RB} (a+b) = 0$$

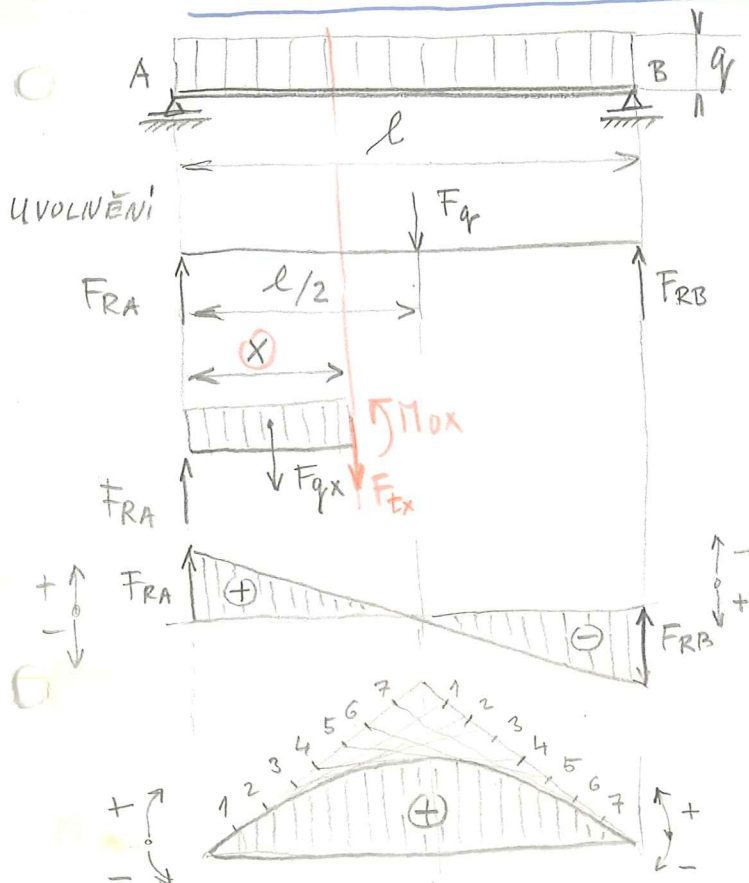
$$a+b = l$$

vlevo $M_{oc}^I = -F_{RA} \cdot a$
 $M_{oc}^{II} = F_{RB} \cdot b$

$$M_{max} = M_{oc}^I + M_{oc}^{II} = F \cdot l$$

2E
 23.11.16

NOSNÍK NA DVOU PODPĚRÁCH SPONITĚ ROVNOMĚRNĚ ZATÍŽENÝ



Zatížení q na křivce
 silou $F_q = q \cdot l$

$$F_q = q \cdot l$$

$$\sum F_x = 0 \dots \dots 0$$

$$\sum F_y = 0 \dots \dots F_{RA} - F_q + F_{RB} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \dots \dots F_{RB} \cdot l - F_q \cdot l/2 = 0$$

$$F_{RB} = \frac{F_q}{2}$$

$$F_{RA} = F_q - \frac{F_q}{2} = F_q/2$$

$$F_{RA} = F_{RB} = \frac{F_q}{2} = q \cdot \frac{l}{2}$$

Pro řez X:

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{RA} - F_{qx} - F_{tx} = 0$$

$$\Rightarrow F_{tx} = F_{RA} - F_{qx} =$$

$$= q \cdot \frac{l}{2} - q \cdot x = q \left(\frac{l}{2} - x \right)$$

20/29.11.

$F_{tx} = q \left(\frac{l}{2} - x \right)$ pro proměnnou x je to rovnice přímky

$x=0 \dots F_{tx} = q \frac{l}{2} = F_{RA}$
 $x = \frac{l}{2} \dots F_{tx} = 0$
 $x=l \dots F_{tx} = -q \frac{l}{2}$

} Příklad posuvných sil (obr.)

$\Sigma M_x = 0 \dots -F_{RA} \cdot x + F_{qx} \frac{x}{2} + M_{0x} = 0$
 $M_{0x} = F_{RA} x - F_{qx} \frac{x}{2} = q \frac{l}{2} x - q x \frac{x}{2} =$
 $= \frac{q}{2} (lx - x^2)$

$M_{0x} = \frac{q}{2} (lx - x^2)$ pro x je to rovnice paraboly

$x=0 \dots M_{0x} = 0$
 $x = \frac{l}{2} \dots M_{0x} = \frac{q}{2} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{l^2}{4} \right) = \frac{q l^2}{8}$
 $M_{0max} = \frac{q l^2}{8} ; M_{0min} = \frac{F_q l}{8}$

$x=l \dots M_{0x} = 0$

• Poznámka: řešení pro $\frac{l}{2}$ jako veličnost rovnice - skladání ústředí

GRAFICKÉ ŘEŠENÍ POSUVAJÍCÍCH SIL A MOMENTŮ

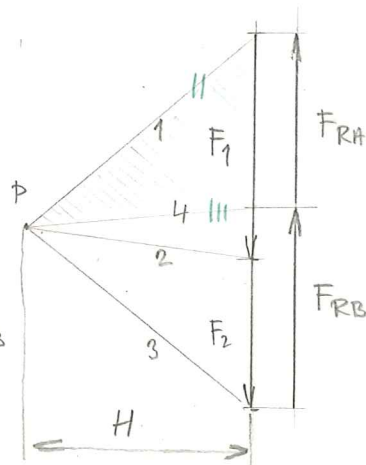
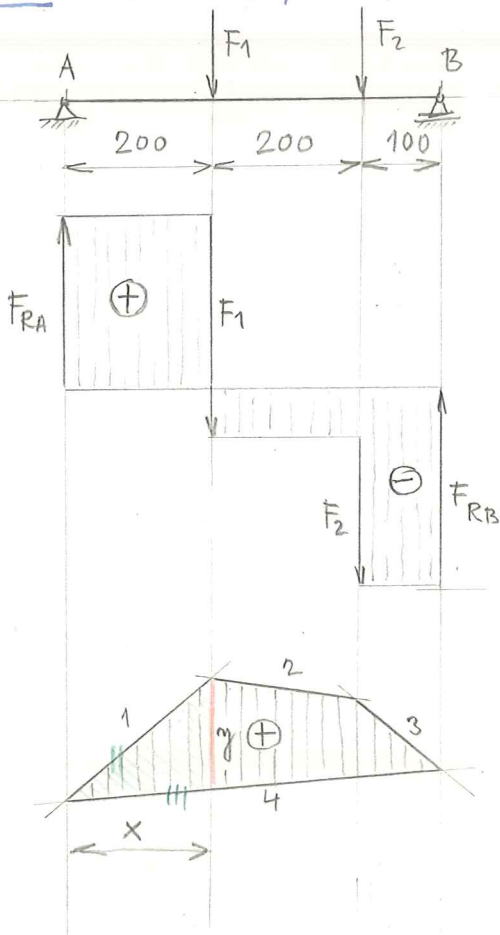
Příklad: $F_1 = 300N, F_2 = 200N$

Volba měřítek

$m_L \hat{=} 10 \text{ mm/mm}$

$m_F \hat{=} 10 \text{ mm/mm}$

$H = 30 \text{ mm}$



$y : F_{RA} = x : H$

$F_{RA} \cdot x = y \cdot H$

$M_0 = y \cdot H$

$M_0 = y H m_L m_F$

$M_0 = 15 \cdot 30 \cdot 10 \cdot 10 = 45000 \text{ Nmm}$

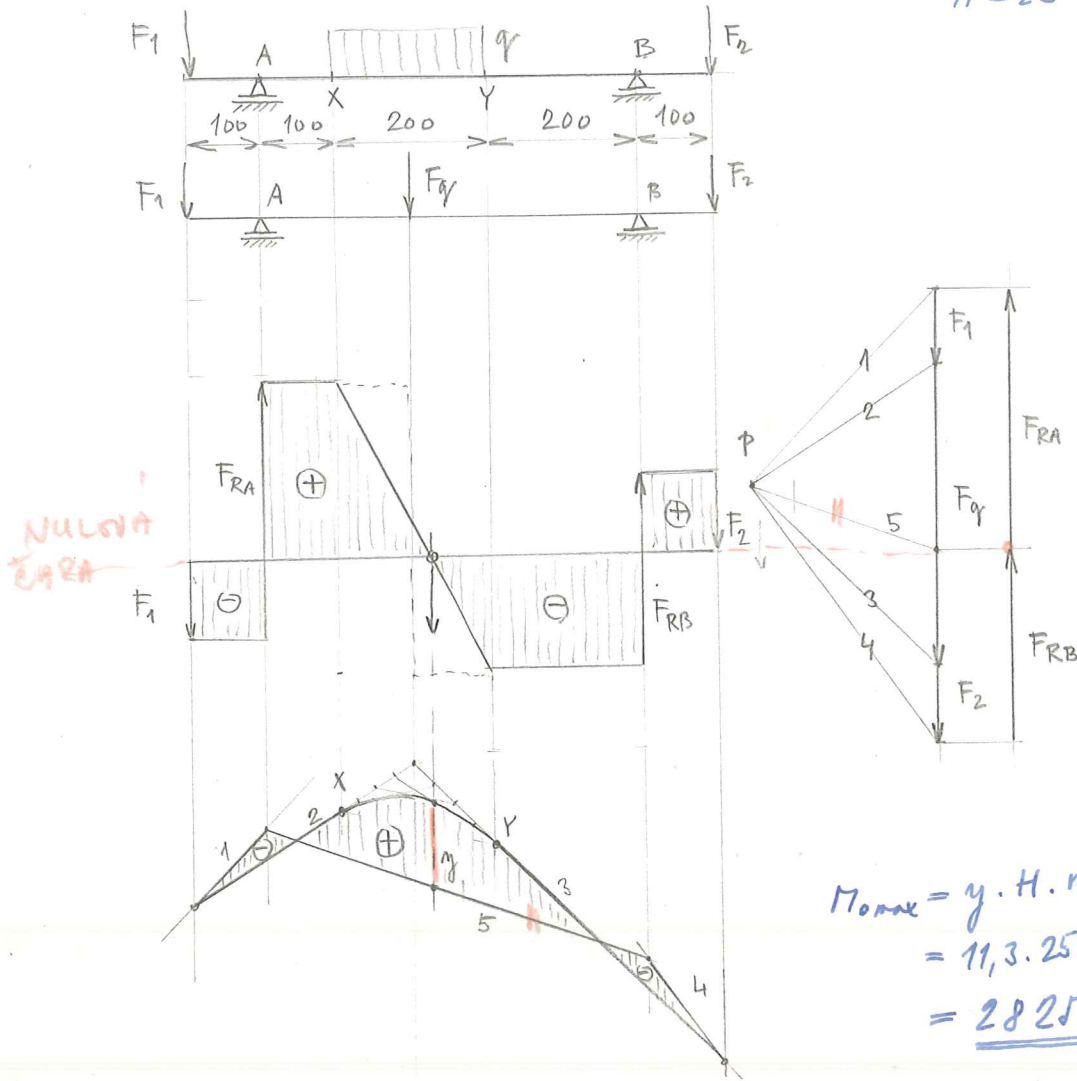
KONTROLA

2E/29.11.

2D 6.12.

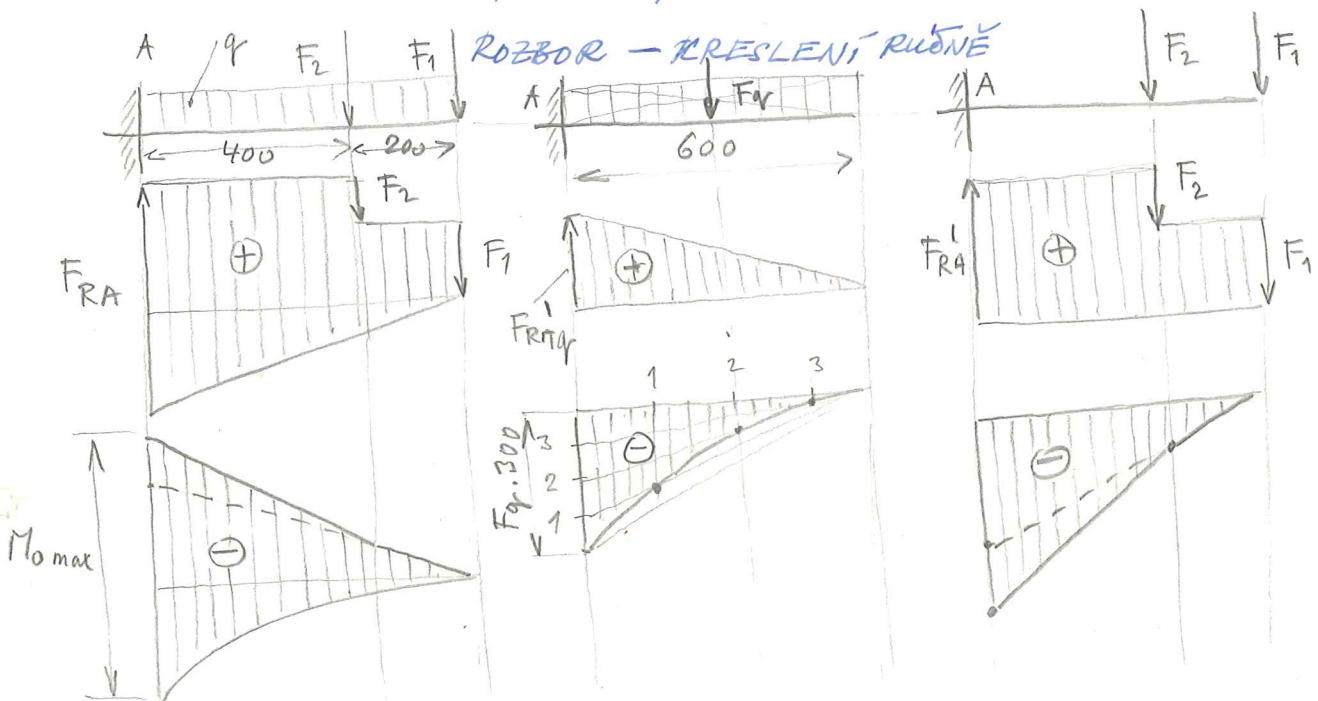
Příklad: $F_1 = 100\text{N}$, $F_2 = 100\text{N}$, $F_q = 400\text{N}$

$m_L \cong 10\text{ mm/mm}$
 $m_F \cong 10\text{ mm/mm}$
 $H = 25$



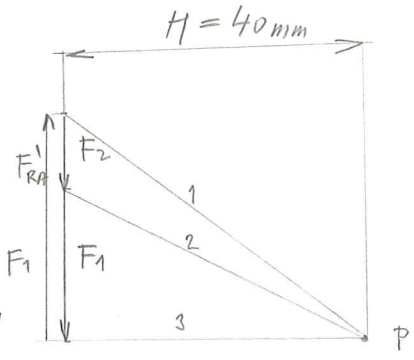
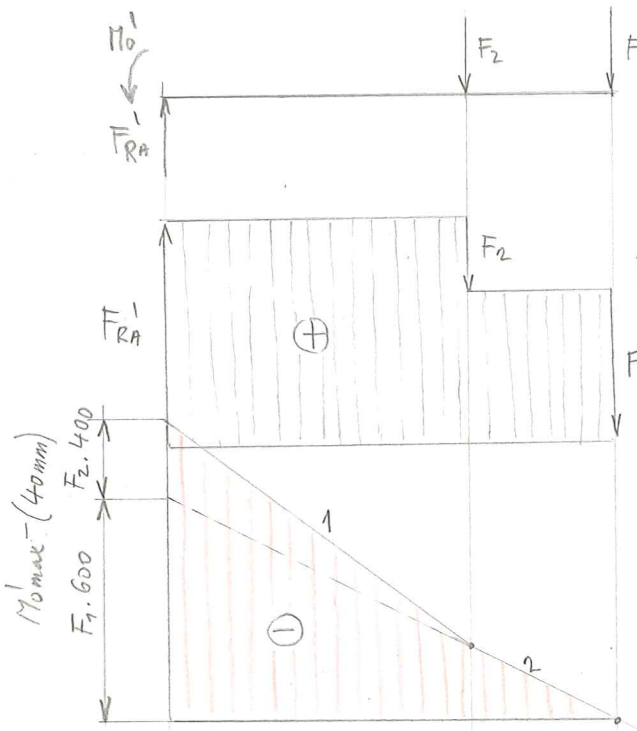
Příklad: Veklový nosník $F_1 = 200\text{N}$, $F_2 = 100\text{N}$
 $q = 0,5\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$

Určete průběh posuv. síl a momentů



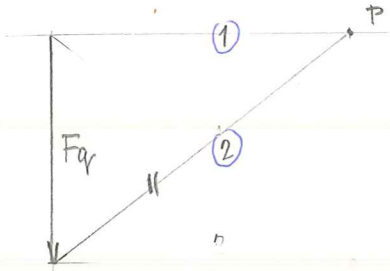
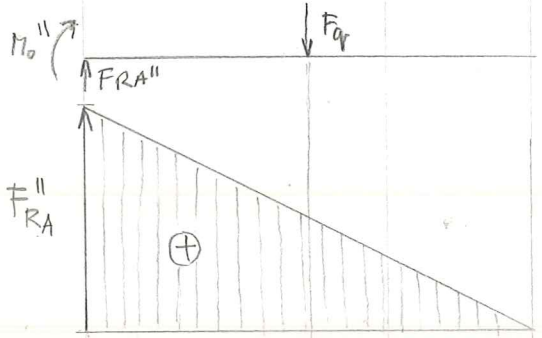
$F_g = q \cdot l = 0,5 \cdot 600 = 300 \text{ N}$

$M_{\text{max}} = F_1 \cdot 600 + F_2 \cdot 400 + F_g \cdot 300 = 10^4 (2 \cdot 6 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 3)$
 $= 10^4 (12 + 4 + 9) = \underline{\underline{25 \cdot 10^4 \text{ N}\cdot\text{mm}}}$



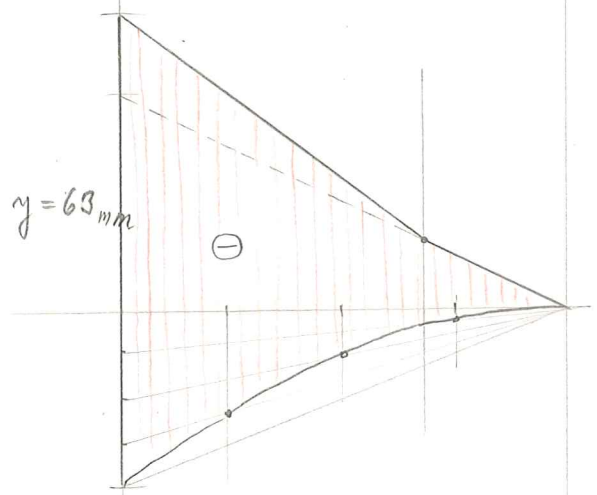
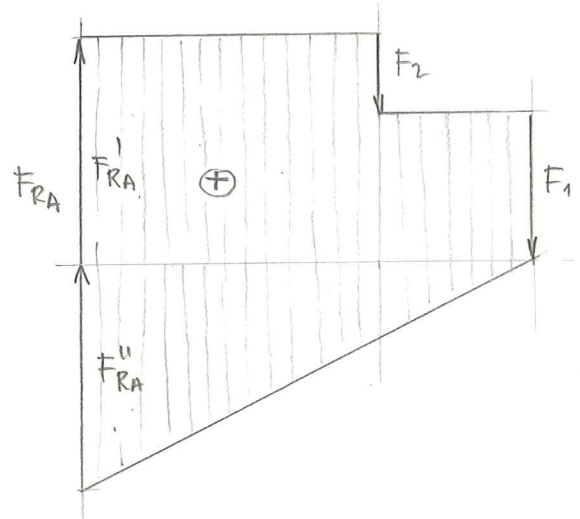
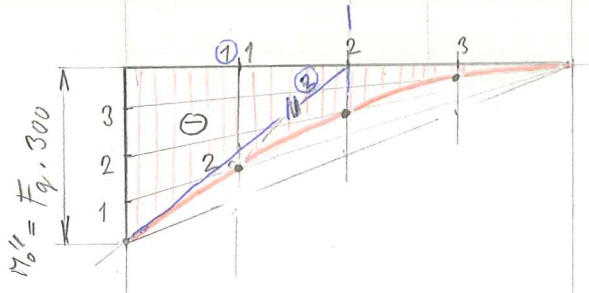
$M_{\text{max}}^I = F_1 \cdot 600 + F_2 \cdot 400$
 $= 200 \cdot 600 + 100 \cdot 400$
 $= \underline{\underline{160\,000 \text{ N}\cdot\text{mm}}}$

$G \dots M_{\text{max}}^I = y' \cdot H \cdot m_L \cdot m_F =$
 $= 40 \cdot 40 \cdot 10 \cdot 10 = \underline{\underline{160\,000 \text{ N}\cdot\text{mm}}}$



$M_{\text{max}}^{II} = F_g \cdot 300 = 300 \cdot 300 = \underline{\underline{90\,000 \text{ N}\cdot\text{mm}}}$

$G \dots M_{\text{max}}^{II} = y'' \cdot H \cdot m_L \cdot m_F = 23 \cdot 40 \cdot 10 \cdot 10 = \underline{\underline{92\,000 \text{ N}\cdot\text{mm}}}$



$M_{\text{max}} = M_{\text{max}}^I + M_{\text{max}}^{II} =$
 $= 160\,000 + 90\,000 = \underline{\underline{250\,000 \text{ N}\cdot\text{mm}}}$

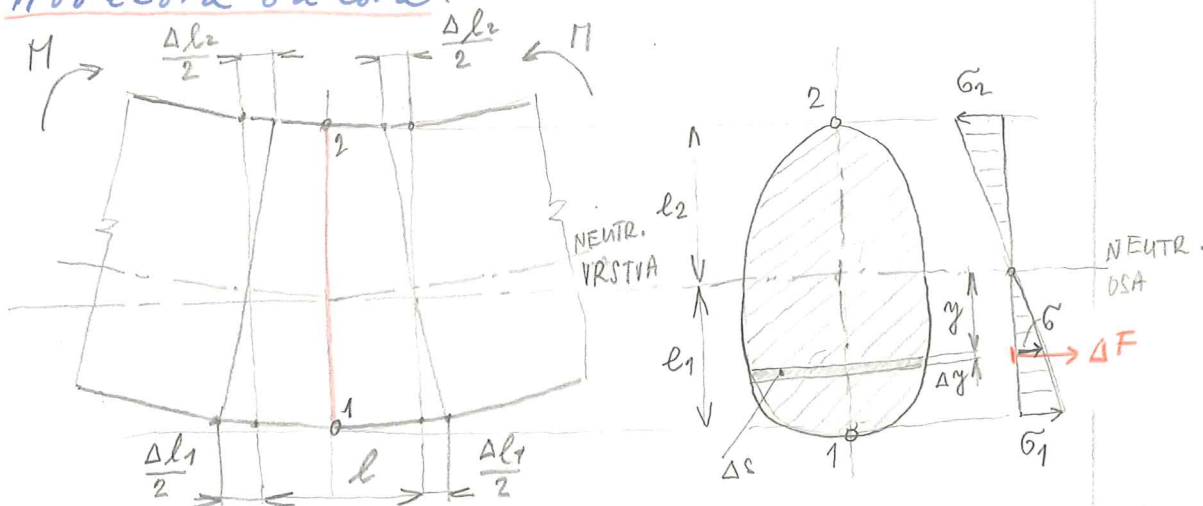
$M_{\text{max}} = y \cdot H \cdot m_L \cdot m_F =$
 $= 63 \cdot 40 \cdot 10 \cdot 10 = \underline{\underline{252\,000 \text{ N}\cdot\text{mm}}}$ 0,8%

2E | 30.11
 2C | 6.12

NORMÁLOVÁ NAPĚTÍ PŘI OHYBU

Předpokládáme čistý ohyb - drobný pil bez pry hvozdů navrhávaný.

Krajní vlákna jsou nejvíce navrhána tahem, nebo tlakem. Stačí se zabývat oblastí Hookeova zážona.



Vlákno 1 se prodlouží o Δl_1
2 se zkrátí o Δl_2

Z podobnosti Δ napětí

$$\sigma : \sigma_1 : \sigma_2 = y : l_1 : l_2$$

$$\sigma = \frac{y}{l_1} \sigma_1 = \frac{y}{l_2} \sigma_2$$

$$\frac{\sigma_1}{l_1} = \frac{\sigma_2}{l_2} \dots \text{konst.}$$

1) Najdeme polohu neutr. osy

$$\Delta F = \Delta s \sigma = \Delta s \left(\frac{y}{l_1} \sigma_1 \right) = \Delta s \frac{y}{l_2} \sigma_2$$

Rovnice přímky ↑

Rovnovaha sil: $\sum F_x = 0$

$$\sum \Delta F_i = \sum \Delta s \frac{y_i}{l_1} \sigma_1 = \frac{\sigma_1}{l_1} \sum_{i=1}^{i=n} \Delta s y_i = 0$$

σ_1 - reálné číslo různé od 0
 l_1 - " " " "

Pať $\sum \Delta s y = 0$... statický moment plochy je roven 0, tudíž je to moment k těžišti.

Z toho vyplývá, že neutrální osa musí procházet těžištěm.

2) Druhá podmínka

$$\Sigma M = 0 \dots\dots + M_0 + \Sigma \Delta M = 0$$

Dílčí momenty síle $\Delta F \dots \Delta M = \Delta F \cdot y$

$$M_0 = \Sigma \Delta M = \Sigma \Delta F \cdot y = \Sigma \Delta s \cdot \sigma_y = \Sigma \Delta s \cdot \frac{y}{e_1} \cdot \sigma_1 \cdot y =$$

$$= \frac{\sigma_1}{e_1} \underbrace{\Sigma \Delta s y^2}_{J_x} = \sigma_1 \left(\frac{J_x}{e_1} \right) = W_{01}$$

$$M_0 = \sigma_1 W_{01} = \sigma_2 W_{02}$$

2E 6.12.

Upravený tvar

$$\underline{\underline{\sigma_{max} = \frac{M_0}{W_0} \leq \sigma_{D0}}} \quad \text{základní rovnice ohybu}$$

Výpočtové rovnice:

- 1) Kontrolní výpočet $M_0, W_0 \dots \sigma_{D0}$
- 2) Výpočet únosnosti $\sigma_{D0}, W_0 \dots M_0$
- 3) Navrhový výpočet $M_0, \sigma_{D0} \dots W_0$

DOVOLENÉ NAMÁHÁNÍ (NAPĚTÍ) V OHLYBU

U materiálu kd $\sigma_{PE} = \sigma_{PD} \dots$ např. ocel

$$\underline{\underline{\sigma_{D0} = \sigma_{PE}}}$$

Pro ocel vlivem nerovnoměrného rozložení σ_{PE} a σ_{PD}

$$\underline{\underline{\sigma_{k0} = 0,7 \sigma_{PE} \quad !}}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{D0I} = \frac{\sigma_{k0}}{k}}} \quad \text{STAT. OHLUB}$$

$$\sigma_{D0II} = c_{II} \sigma_{D0I} \quad \text{MÍJIVÝ OHLUB}$$

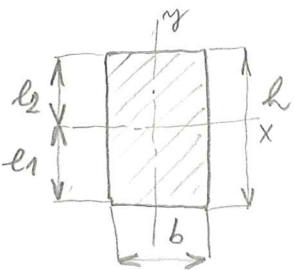
$$\sigma_{D0III} = c_{III} \sigma_{D0I} \quad \text{STŘÍDNÝ OHLUB}$$

Můžeme také brát hodnoty σ_{D0} z tab. 5T a n.š. str. 61

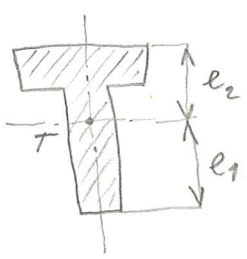
POZNÁMKA:

$$\sigma_{max} = \frac{M_0}{W_{01,2}} \leq \sigma_{D0} \quad l_1 = l_2$$

$$W_1 = W_2 = \frac{1}{6} b h^2$$



Souměrný profil

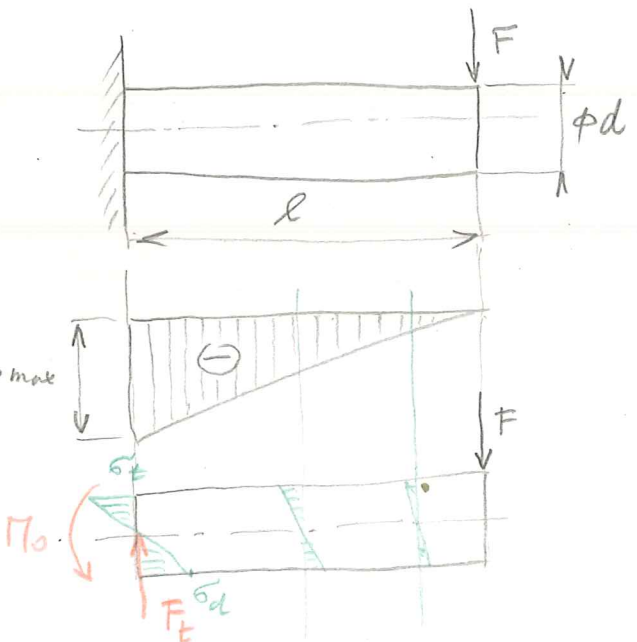


$$\sigma_{tmax} = \frac{M_0}{W_{01}} \leq \sigma_{Dt} (\sigma_{D0}) \quad W_{01} = \frac{J_x}{e_1}$$

$$\sigma_{dmax} = \frac{M_0}{W_{02}} \leq \sigma_{Dd} (\sigma_{D0}) \quad W_{02} = \frac{J_x}{e_2}$$

Nesouměrný profil

UŽITÍ MATERIÁLU NOSNÍKU



$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_0} \leq \sigma_{D0}$$

$$W_0 = \frac{\pi}{32} d^3 \Rightarrow d$$

Nosník je navrháván pro místo největší, kde je max. ohybový moment. Vůde žude je moment menší a materiál není využit

způsob využítí:

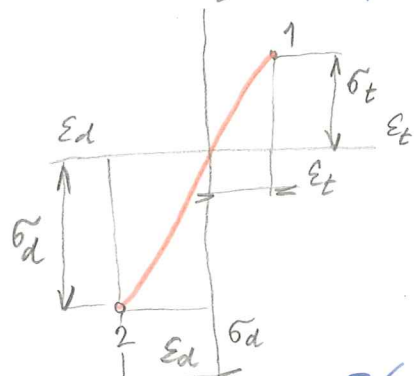
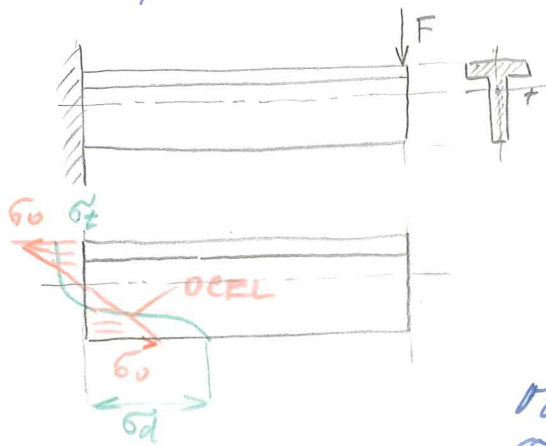
- 1) Nosník provedeno průřezem
- 2) Co největší I modul při dané průřezové ploše

ad 2) Příklad jsem pro ilu strach uvedl v tab. str. 197

●	$\frac{W_0}{5} \dots 1,9$		$\dots 8,3$
▨	$\dots 2,24$	I	$\dots 15,3$
▩	$\dots 3,3$	○	$\dots 5,22$

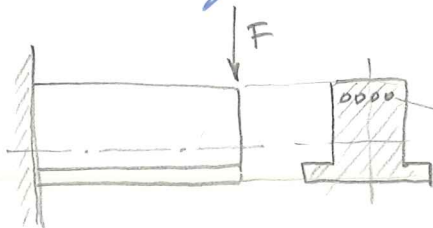
Pozor na stratu stability u dutých a stříbých průřezů.

Material, který se řídí Hookovým zákonem na při lůžna - u takto průběhu a velikosti napětí.

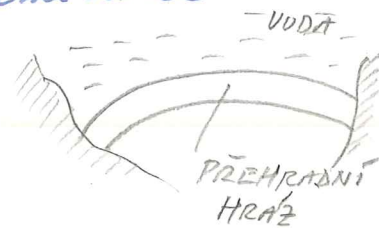


Vroba na lůžna má menší posuv, než na vrcholu

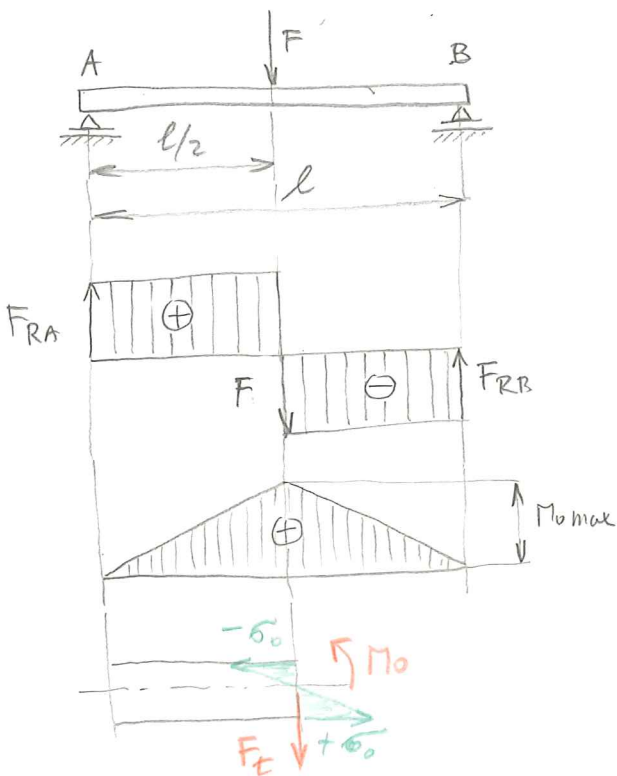
Betonový nosník - beton nemá velkou posuv v tahu, spíše naopak. Tlak přenáší velmi dobře



OCEL PRUTY PŘENÁŠÍ TAHOVÉ NAPĚTÍ



PŘÍKLAD:



Ocelový nosník

$$F = 5 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$l = 0,8 \text{ m}$$

$$b/h = 0,5$$

$$\sigma_{D_0} = 100 \text{ MPa}$$

stř. rovnice - uvolněm

$$F_{RA} = F_{RB} = \frac{F}{2} = 2500 \text{ N}$$

$$M_{\text{max}} = F_{RA} \frac{l}{2} = \frac{Fl}{4} =$$

$$= 10^6 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_0 = \frac{M_0}{W_0} \leq \sigma_{D_0}$$

$$W_0 = \frac{M_0}{\sigma_{D_0}} = \frac{10^6}{10^2} = 10^4 \text{ mm}^3$$

2D | 18.12.

$$W_0 = \frac{1}{6} b h^2 = \frac{1}{6} 0,5 h h^2 = \frac{1}{12} h^3$$

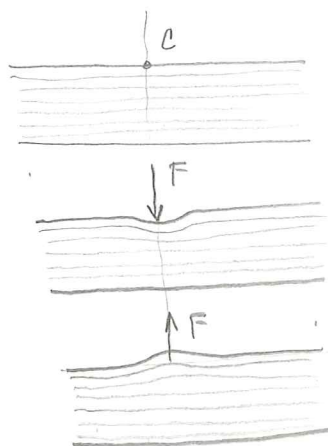
$$\frac{b}{h} = 0,5 \dots b = 0,5 h$$

$$h = \sqrt[3]{12 W_0} = \sqrt[3]{12 \cdot 10^3} = 49,3 \text{ mm}$$

$$\underline{h = 50 \text{ mm}} \quad \underline{b = 25 \text{ mm}}$$

2B
12.1.96

2C / 8.12



Posoudit, zda máas vlivna
vypočet

SMYKOVÁ NAPĚTÍ PŘI OHYBU

Distyloz b nastává v praci vyjmedně.

V libovolném průřezu se tedy vyskytuje F_t, M_0

$M_0 \rightarrow \sigma$ posobení tahu, tlak jist zvláste

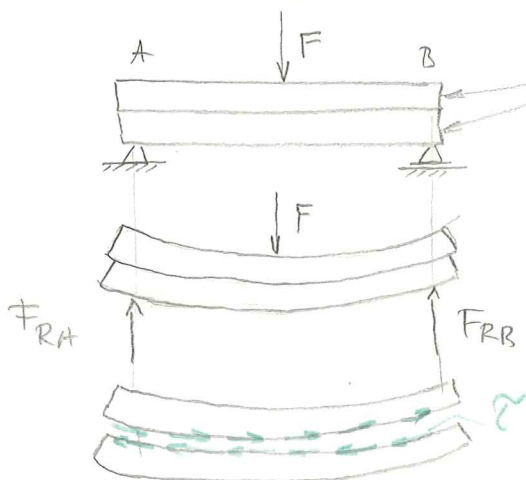
$F_t \rightarrow \tau$ smykové napětí

V bezprostřední blízkosti si τ u nás představit
a u kratšího rozměru s ním předtáre

Mimo τ v přičném průřezu vzniká σ
v podélném vlákně

2E / 7.12.

Po dus: pryzorel noornily

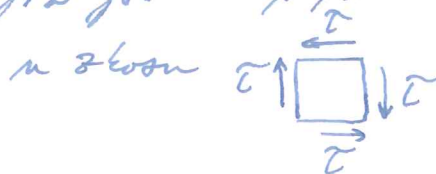


Spodní vlákná se prodlužují
horní stlačují. V místě ohybu
(nebo v podélném vlákně),
kde se vstky stýkají vzniká τ

Toto smykové napětí se
souběžně projevuje na σ .
u dřeva, jisto podélné
trhliny.


Však mezi $\tilde{\tau}$ v příčném a podélném směru budeme probírat podrobněji. Zákon o sdružení a symetrické napětí.


Pozn. již jsme se s tímto vztahem setkali



$\tilde{\tau}_{příčné} = \tilde{\tau}_{podélné}$

Pro pravoúhelník  -- $\tilde{\tau}_{smax} = \frac{3}{2} \frac{F}{S}$

 --- $\tilde{\tau}_{smax} = \frac{4}{3} \frac{F}{S}$

 --- $\tilde{\tau}_{smax} = 2 \frac{F}{S}$

$\tilde{\tau}_{smax} \leq \tilde{\tau}_{D0}$

2E | 9.12.

2D | 14.12.

NOSNÍK STEJNÉHO NAPĚTÍ (STEJNÉ PEVNOSTI)

Negativní materiál vede ke stejnému průřezu nosníku podle velikosti momentu. V každém místě bude stejné napětí $\sigma_{max} = \sigma_{D0}$.

Všechny:

- a) obdélníkový průřez konst. šířky
- b) obdélníkový průřez konst. výšky
- c) kruhový průřez

$\sigma_{\xi} = \sigma_{max} \leq \sigma_{D0}$

$\frac{M_{\xi}}{W_{\xi}} = \frac{M_{max}}{W_{max}}$

a) VETKVNUTÝ NOSNÍK - KONST. ŠÍŘKY

$$M_{0max} = F \cdot l$$

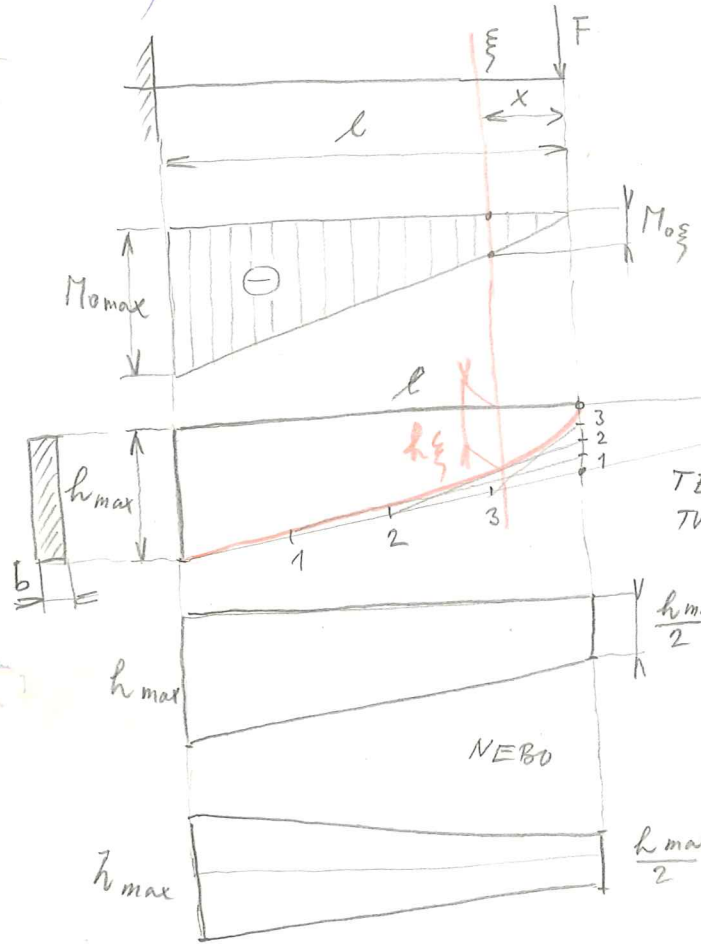
$$W_{0max} = \frac{1}{6} b h^2$$

$$\sigma_{0max} = \frac{F l}{\frac{1}{6} b h^2} \leq \sigma_{D0}$$

$$M_{0\xi} = F \cdot x$$

$$W_{0\xi} = \frac{1}{6} b h_\xi^2$$

10/9.12.



TEORETICKÝ TVAR NOSNÍKU

PRAKTICKÝ TVAR NOSNÍKU

$$\frac{M_{0max}}{W_{0max}} = \frac{M_{0\xi}}{W_{0\xi}} \leq \sigma_{D0}$$

$$\frac{F l}{\frac{1}{6} b h^2} = \frac{F x}{\frac{1}{6} b h_\xi^2}$$

$$h_\xi^2 = h^2 \frac{x}{l}$$

$$h_\xi^2 = \text{konst.} \cdot x$$

Rovnice paraboly (2. stupně)

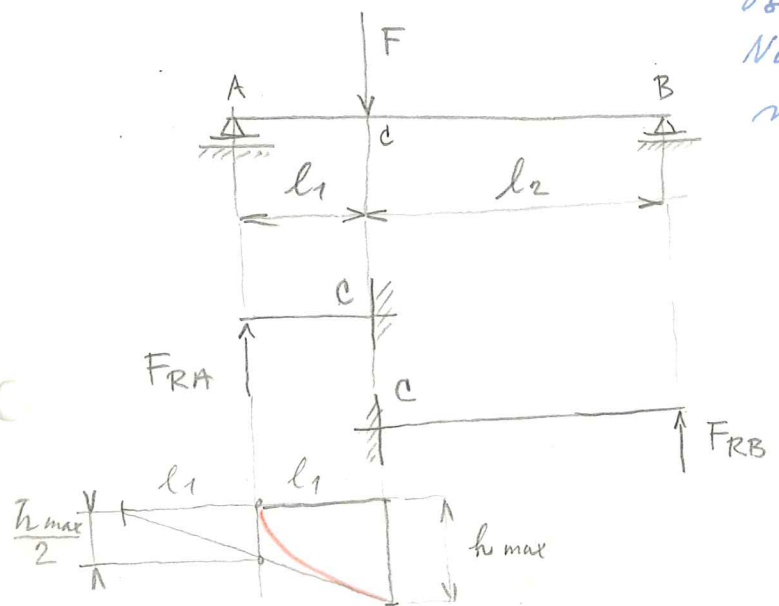
Teoretický tvar paraboly nosníku je vzhledně téměř realizovatelný. Úspora materiálu činí 33%.

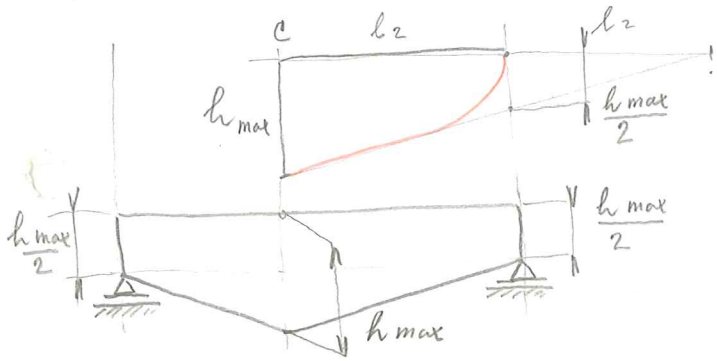
28
16.1.96

Praktický tvar - z důvodu výroby nosníku je podle příkladu ve vodě tenčí v celku 2l. Přímka místo reálné paraboly. Úspora 25%. Výrobek prakticky realizovatelný.

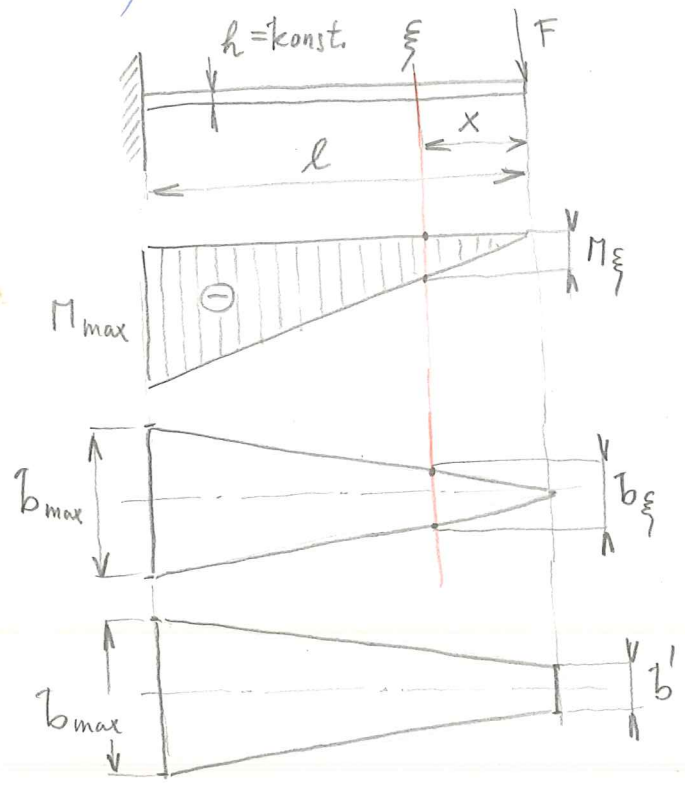
NOSNÍK NA DVOU PODPĚRÁCH

Osamělá síla
Nosník rozdělíme na dva
úseky té nosníky.





5) VĚTKNUTÝ NOSNÍK O KONST. VÝŠCE



$$M_{max} = Fl$$

$$W_{max} = \frac{1}{6}bh^2$$

$$M_{\xi} = Fx$$

$$W_{\xi} = \frac{1}{6}b_{\xi}h^2$$

$$\sigma_{max} = \sigma_{\xi} \equiv \sigma_{D0}$$

$$\frac{Fl}{\frac{1}{6}bh^2} = \frac{Fx}{\frac{1}{6}b_{\xi}h^2}$$

$$lb_{\xi} = x b$$

$$b_{\xi} = \frac{x}{l} b$$

$$b_{\xi} = \text{const. } x \text{ - rov. přímky}$$

$$x=0 \dots b_{\xi}=0$$

2E/13.12

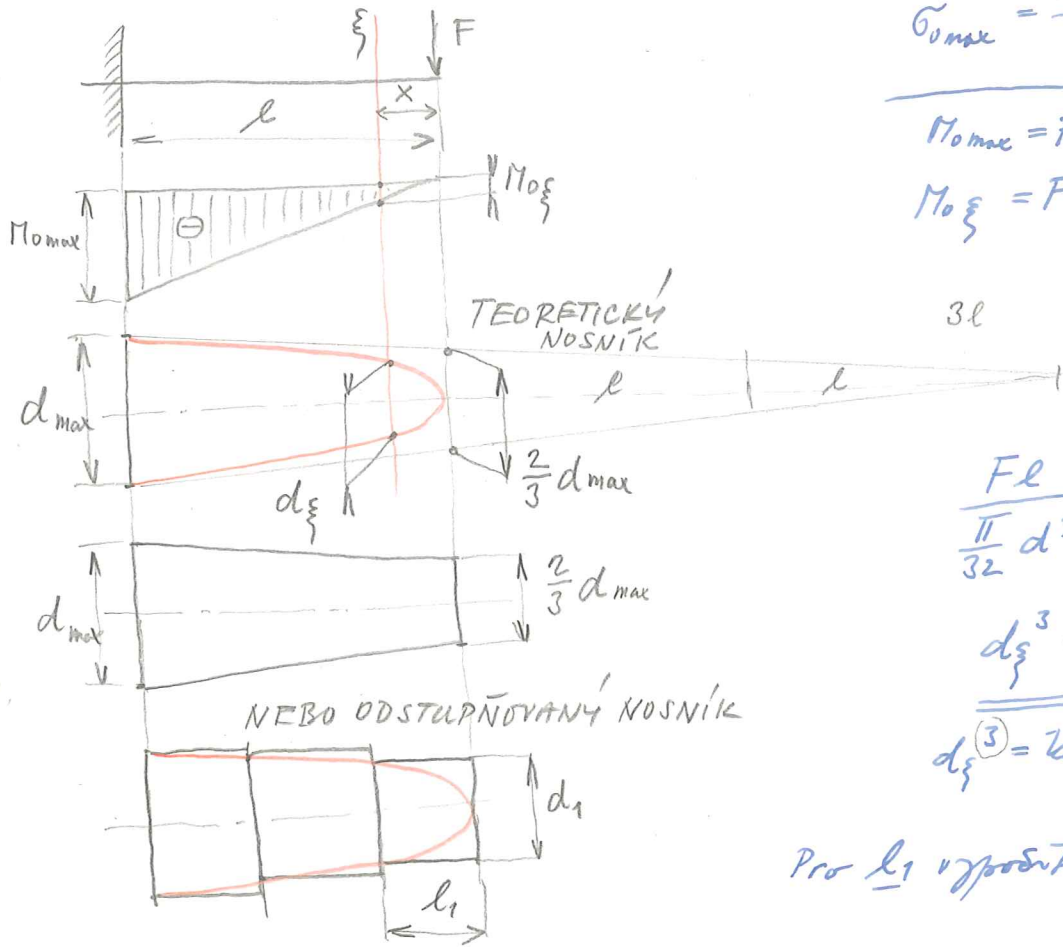
Pohonový síla musí přenášet v příčce nosníku, proto rovnice by měla být nulová, ale vzhledem k zprovoznění z pohonový síly.

$$\tilde{\sigma}_{smax} = \frac{3}{2} \frac{F}{s} \leq \tilde{\sigma}_{Ds} \quad s = b' \cdot h$$

$$2 \tilde{\sigma}_{Ds} \cdot b' h = 3F$$

$$b' = \frac{3F}{2L \tilde{\sigma}_{Ds}}$$

c) VETKNUTÝ NOSNÍK KRUHOVÉHO PRŮŘEZU



$$\sigma_{max} = \frac{M_{0max}}{W_0} \approx \sigma_{D0}$$

$$M_{0max} = Fl ; W_0 = \frac{\pi}{32} d^3$$

$$M_{0\xi} = Fx ; W_{0\xi} = \frac{\pi}{32} d_{\xi}^3$$

2C | 13.12.

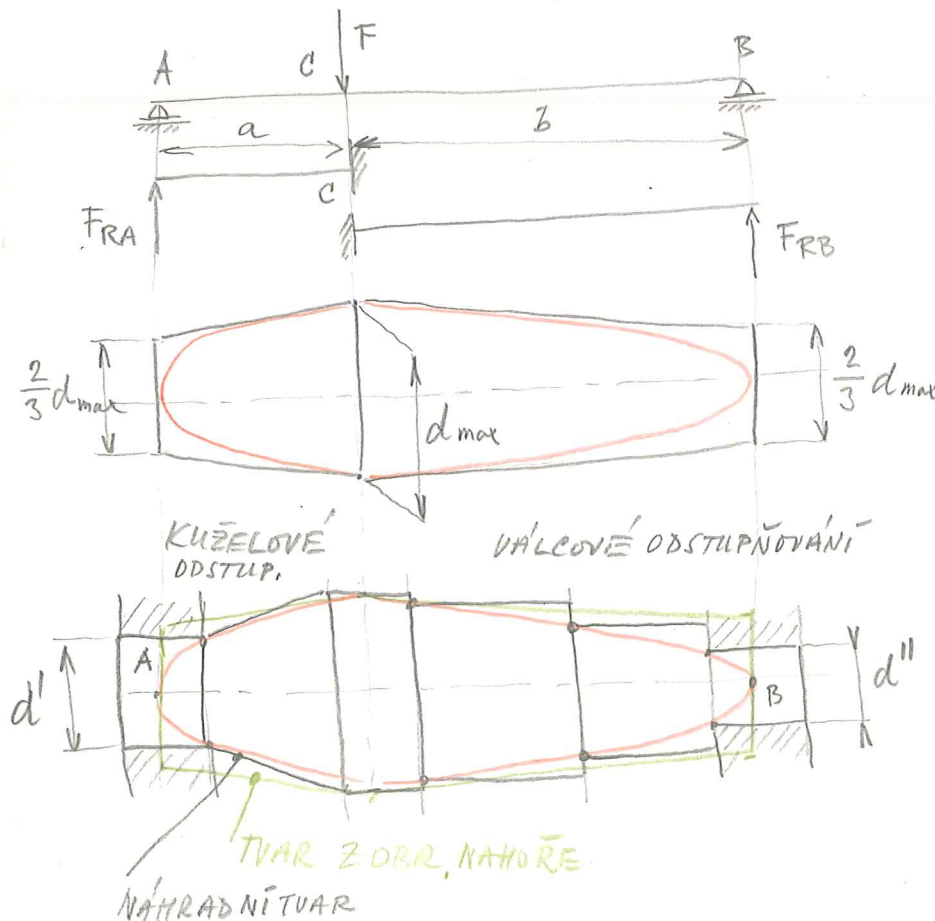
$$\frac{Fl}{\frac{\pi}{32} d^3} = \frac{Fx}{\frac{\pi}{32} d_{\xi}^3}$$

$$d_{\xi}^3 = d^3 \frac{x}{l}$$

$d_{\xi}^3 = \text{konst.} \cdot x$ - parabola 3. stupně

Pro l_1 vypočítáme d_1 atd.

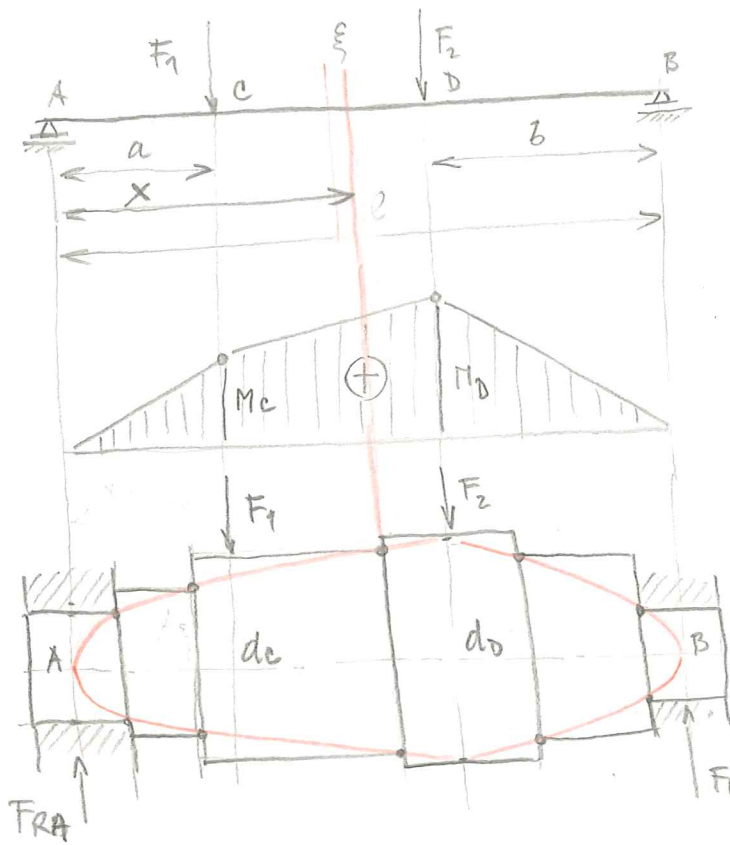
KRUHOVÝ NOSNÍK NA DVUĚ PODPĚRÁCH



V losičce rovnice zanedbat současnou namáhání

$$\sigma_{max} = \frac{4}{3} \frac{FRA}{\frac{\pi d^2}{4}} = \sigma_{D5}$$

$$d' = \sqrt{\dots}$$



Rozdělení na dva
většinou nosníky

$$\underline{\sigma_c} = \frac{M_{oc}}{W_{oc}} \leq \sigma_{D_0}$$

$$W_{oc} \geq \frac{M_{oc}}{\sigma_{D_0}}$$

$$W_{oD} \geq \frac{M_{oD}}{\sigma_{D_0}}$$

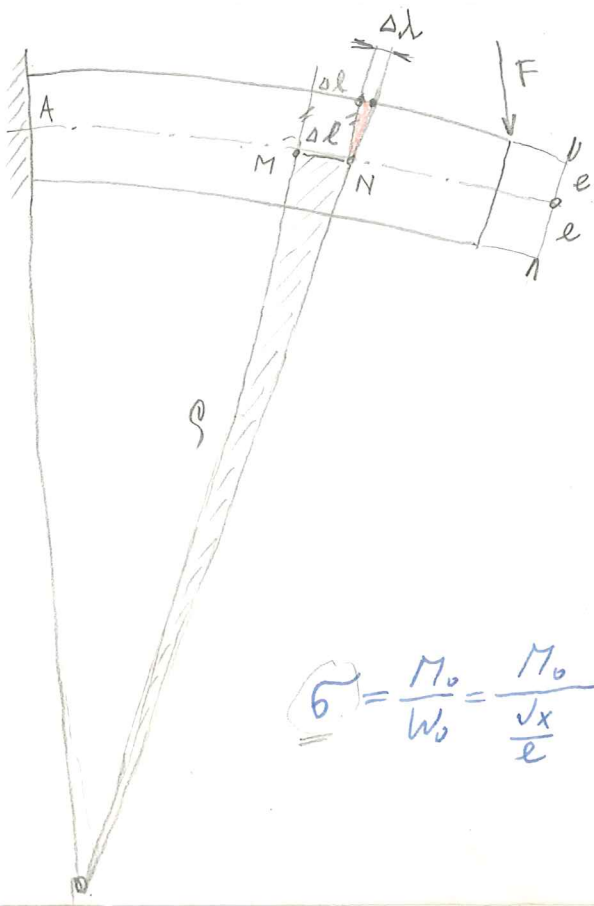
$$\underline{d_c} = \dots$$

$$\underline{d_D} = \dots$$

$$\frac{W_{oc}}{W_c} = \frac{d_c^3}{d_c^3} = \frac{F_{RA} \cdot x - F_1(x-a)}{F_{RA} \cdot a}$$

Pro ulhový přechled nosníku stejného materiálu!
je v učebnici na str. 214 a 215 tabulka!
ST str. 60-65 Nové příb. str. 44-47

DEFORMACE NOSNÍKU



$\Delta l = \Delta l$ - pro malou
rotační úhlovou hodnotu
MN můžeme oblékat
přibližně za přímkou

Z podobnosti Δ :

$$\Delta l : \Delta l = e : \rho$$

$$\times \left| \frac{\Delta l}{\Delta l} = \frac{e}{\rho} \right.$$

Z platnosti Hookova zák.

$$\sigma = E \cdot \epsilon, \quad \epsilon = \frac{\Delta l}{\Delta l}$$

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta l}{\Delta l}$$

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{e}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{E e}{\sigma}$$

$$\underline{\sigma} = \frac{M_o}{W_o} = \frac{M_o}{\frac{J_x}{e}}$$

$$\rho = \frac{E e}{\frac{M_o e}{J_x}} = \frac{E J_x}{M_o}$$

$$\underline{\rho} = \frac{E J}{M} \quad [mm]$$

Rozbor velikosti

2B.
22.1.96
Dn
Dn 4.155

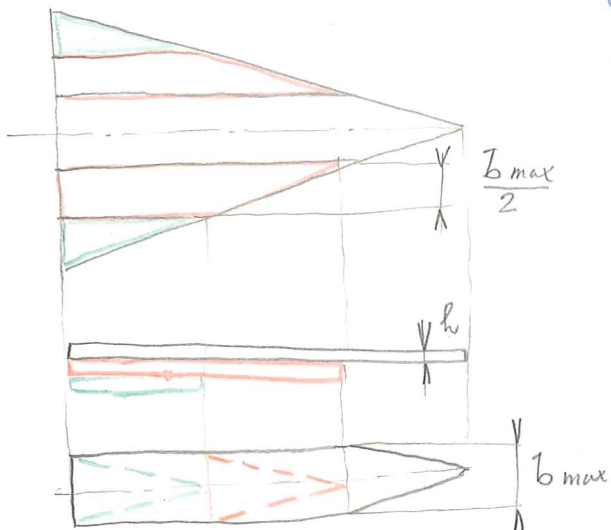
OHÝBANÉ PRUŽINY

Trojúhelníková pružina jako svazek pružnic

Je to nosník s $h = \text{konst.}$

Nosník rozdělíme na n stej-
ných dílů.

2E / 14.12



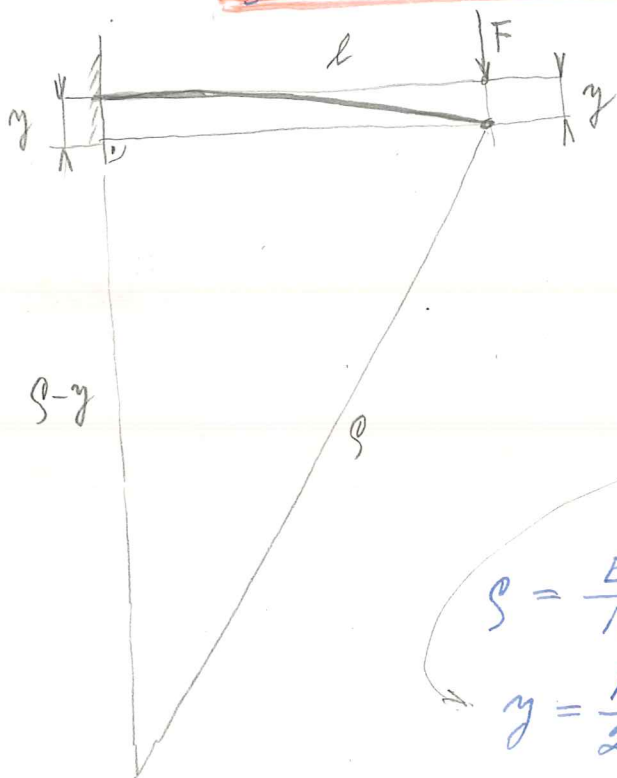
Náprava materiálu je 50%

$$S = \frac{EJ}{M} = \frac{E \frac{h}{2} \frac{J}{h}}{M} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} E h W}{M} \quad | : W$$

$$= \frac{\frac{1}{2} E h \frac{W}{W}}{\frac{M}{W}} = \frac{\frac{1}{2} E h}{\sigma_0} = \text{konst}$$

$S = \text{konst}$ — kružnice



Pro malé y můžeme
brát dělnou oblouku
rovnou přímku

$$S^2 = l^2 + (S - y)^2 = l^2 + S^2 - 2Sy + y^2$$

$$S^2 = l^2 + S^2 - 2Sy \quad \text{velmi malé zanedbáme}$$

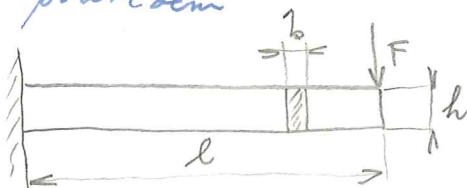
$$2Sy = l^2$$

$$y = \frac{l^2}{2S}$$

$$S = \frac{EJ}{M} = \frac{EJ}{Fl}$$

$$y = \frac{Fl \cdot l^2}{2EJ} = \frac{Fl^3}{2EJ}$$

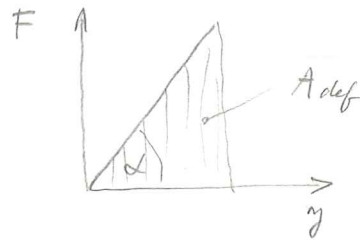
Pro srovnání (určíme porovnání) nosníku s konstantním průřezem



$$y = \frac{Fl^3}{3EJ}$$

Průhyb trojúhelníkového nosníku je 1,5 krát větší než u plochého nosníku a náprava materiálu je 50%

2E / 15.12.



$$A_{def} = \frac{1}{2} Fy$$

$$\text{Tuhost } k = \frac{F}{y} \quad (=Ay\alpha)$$

VÝPOČET SVAZKU PRUŽNIC

1) Počet listů

$$\sigma_{0max} = \frac{M_0}{W_0} = \frac{Fl}{\frac{1}{6}nbh^2} \leq \sigma_{D_0}$$

$$n \geq \frac{6Fl}{\sigma_{D_0}bh^2} \quad F = \frac{n\sigma_{D_0}bh^2}{6l}$$

$$\sigma_{D_0} = 400 \div 600 \text{ MPa} \quad \text{--- pro laterální pružnice}$$

$$\sigma_{D_0} = 300 \div 400 \text{ MPa} \quad \text{--- pro neta laterální pružnice}$$

2) Průhyb

$$y = \frac{Fl^3}{2EI}$$

$$J = \frac{1}{12}nbh^3$$

$$y = \frac{\frac{n\sigma_{D_0}bh^2}{6l} \cdot l^3}{2E \frac{1}{12}nbh^3} = \frac{\sigma_{D_0}l^2}{Eh}$$

3) Deformační práce

$$A_{def} = \frac{1}{2} Fy = \frac{n\sigma_{D_0}bh^2}{12l} \cdot \frac{\sigma_{D_0}l^2}{Eh} = \frac{V\sigma_{D_0}^2}{6E} \quad [J]$$

$$\frac{nbhl}{2} = V$$

4) Hustota def. energie

$$W = \frac{A}{V} = \frac{\sigma_{D_0}^2}{6E} \quad [J \cdot m^{-3}]$$

SROVNÁNÍ TYPŮ PRUŽIN

a) Pružina s konst. průřezem $W = \frac{\sigma_{D_0}^2}{18E} \quad [\quad]$

b) Svazek pružnic $W = \frac{\sigma_{D_0}^2}{6E} \quad [\quad]$

2D | 20.12.

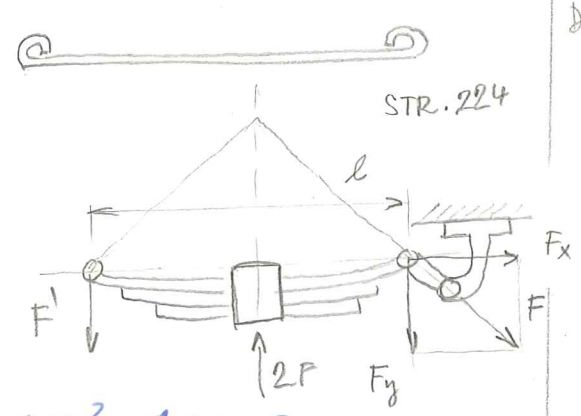
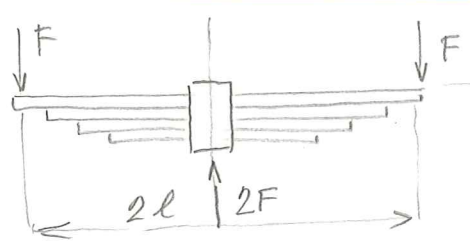
2E | 16.12.

c) Torzní pružina $W = \frac{\tau_{0k}^2}{4G} = \frac{\tau_{0k}^2}{4 \cdot 0,38E} = \frac{\tau_{0k}^2}{1,5E}$

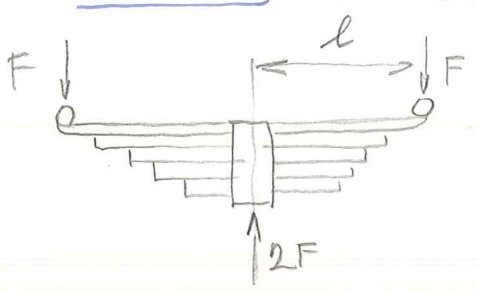
$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \doteq 0,38E$

Pružnice při stejné objemové hustotě je 3x lehčí než pružnice konst. průřezem, ale torzní tužnost přibližně 4x lepší vydrží.

Provedení šroubové pružnice nř. str. 224



Příklad: určete $h = ?$, $y = ?$, $A_{def} = ?$



- $2l = 2000 \text{ mm}$
- $b = 80 \text{ mm}$
- $n = 12$
- $F = 4 \cdot 10^4 \text{ N}$
- $\sigma_{D0} = 500 \text{ MPa}$
- $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

$\sigma_{max} = \frac{M_{0max}}{W_0} = \sigma_{D0}$

$W_0 = \frac{1}{6} n b h^2$

$\frac{Fl}{\sigma_{D0}} = \frac{1}{6} b h^2 n \rightarrow h = \sqrt{\frac{6Fl}{\sigma_{D0} b n}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 4 \cdot 10^4 \cdot 1000}{500 \cdot 80 \cdot 12}} = 22,36 \text{ mm}$

$h = 22,5 \text{ mm}$ - norma?

$b = 80$ - zadáno

$y = \frac{l^2 \sigma_{D0}}{h E} = \frac{10^6 \cdot 500}{22,5 \cdot 2 \cdot 10^5} = 111 \text{ mm}$

$A_{def} = \frac{V \sigma_{D0}^2}{6E} = \frac{\frac{1}{2} n b l h \sigma_{D0}^2}{6E} = \frac{0,5 \cdot 12 \cdot 80 \cdot 22,5 \cdot 10^3 \cdot 500^2}{6 \cdot 2 \cdot 10^5} \text{ [Nmm]}$

$= 2,25 \cdot 10^3 \text{ J}$

$[J] = [Nm]$

$V [m^3]$
 $\sigma [Pa]$ pozor!
 $E [Pa]$

20/21.12.
 20/16.12.

DEFORMACE PŘI OHYBU

Za křiřvené přímé ohy nosníku pro zatížení q dáme ohybová data. Pro přesnější potřebujeme vzít průhyb a úhel natožení nosníku. Nežďy máme zadanou hodnotu obou. *

Ocelové konstrukce $\gamma_{max} = 1/1000 \div 1/250$ rozpětí

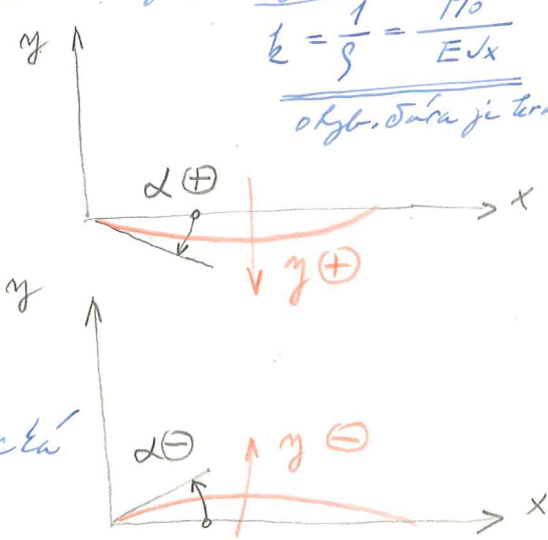
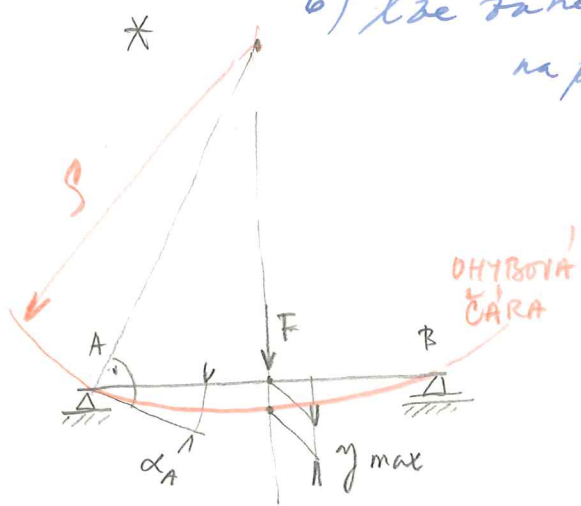
- Pro křiřtele: $\gamma_{max} = 0,005$ m - modul ohyb. žd 2A
17.12.99
- $\alpha_{max} = 0,001$ rad. pro volně ložené průhybové
vyměření
- $\alpha_{max} = 0,0003$ rad. pro pevně pávané klusový
ložené

γ, α - musíme vzít pro sítem průhyb reursi-
tyl nosníku

Výchozí předpoklad sítem:

- 1) původní osa je přímá
- 2) nosník má rovinnou souřadnici
- 3) zatížení leží v rov. souřadnici kolmo k ose nosníku
- 4) pro materiál platí Hookeův zákon
- 5) při deformaci jsou průřezy kolmé k ohybové
dátce
- 6) lze zanedbat vliv klusový napětí
na př. $\frac{l}{R} = 10$ je průhyb 4%

2E/20.12.



$$k = \frac{1}{\delta} = \frac{M_0}{EJx}$$

ohybová data je konstante

- Rěšení:
- 1) graficko-analytická metoda
 - 2) grafická metoda

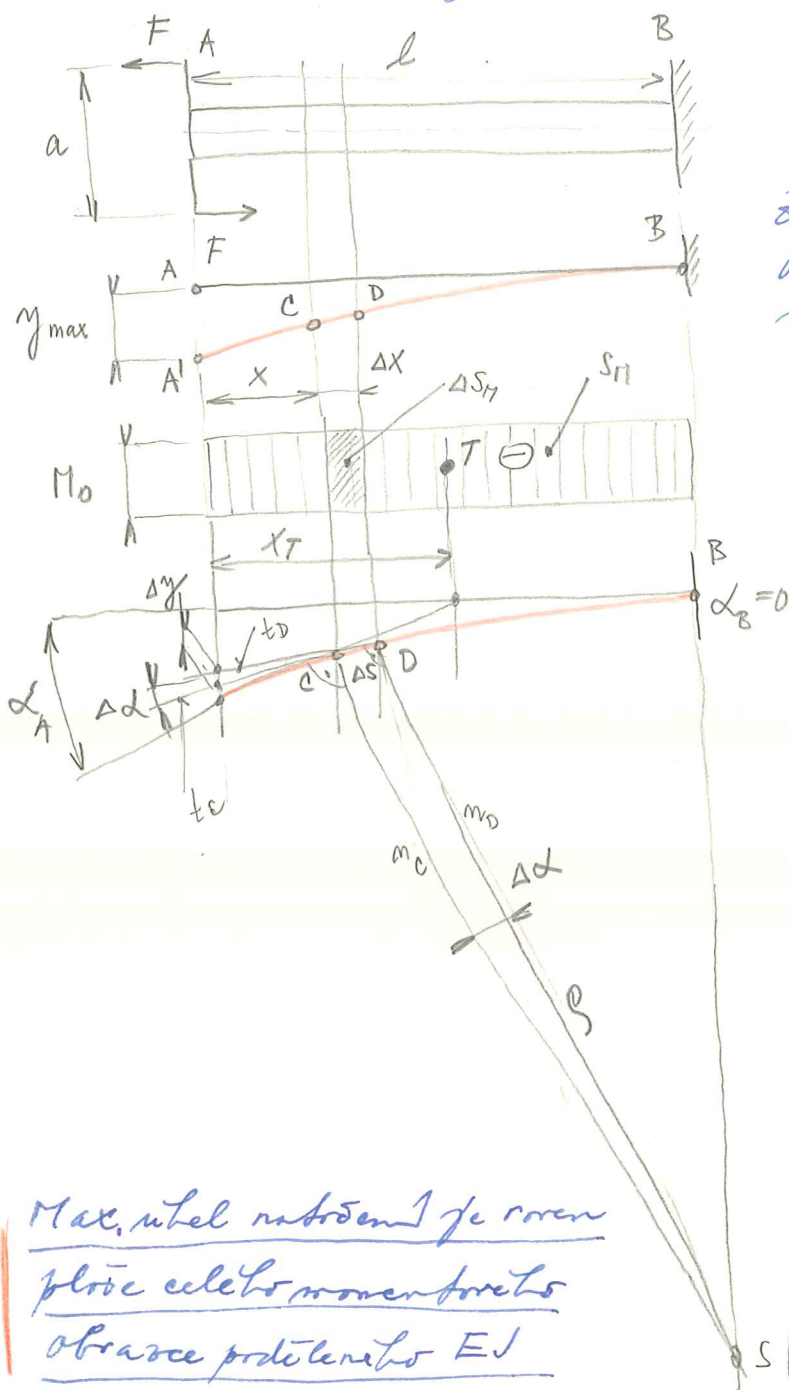
Pro jednodušost uvažujeme rovinný průřezem zatížený čistým ohybem - dvojicí sil.

M_0, E, J - jsou konstanty, je tedy ρ konstanta

$$\rho = \frac{EJ}{M_0}$$

KRUŽENICE

Graficko-analytická metoda



$$\rho = \frac{EJ}{M_0}$$

$$M_0 = Fa$$

Zvolíme úseček Δx ten se deformuje na Δs . Pro velmi malé def.

$$\Delta x \approx \Delta s \quad \Delta x \rightarrow 0$$

Tedy v bodcích C, D rotují úhlem $\Delta \alpha$

$$\Delta s = \Delta x = \rho \Delta \alpha$$

$$\Delta \alpha = \frac{\Delta x}{\rho} = \frac{\Delta x M}{EJ} \text{ [rad]}$$

$$\alpha_{max} = \sum \Delta \alpha = \sum \frac{\Delta x M}{EJ} = \frac{1}{EJ} \sum M \Delta x$$

2C | 20.12.

EJ - konstanta

$$M_{max} = \Delta s M \text{ pak } \sum M_{max} = S_M$$

$$\alpha_{max} = \frac{S_M}{EJ}$$

$$[\alpha] = \frac{Nm \cdot mm}{MPa \cdot mm^4} = 1 \text{ rad}$$

Max. úhel natožení je roven ploše celého momentového obrazce podélenného EJ

Tento vzoreček platí obecně!

Průběh: $\Delta x \dots \Delta y$ (odpovídá)

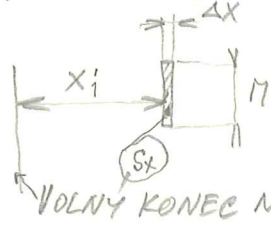
$$\sum \Delta y = y_{celk}$$

$$\Delta y = x \Delta \alpha = x \frac{M_{max}}{EJ}$$

$$y = \sum \Delta y = \sum x \frac{M_{max}}{EJ} = \frac{1}{EJ} \sum M_{max} \Delta x$$

2D | 3.1.

Co představuje MAX --- plocha elementu momentového obrazce



$$\sum \Delta Sx \cdot xi = S_M \cdot x_T = S_M \cdot x_T$$

$$S_1 x_1 + S_2 x_2 + \dots + S_n x_n = S_M \cdot x_T$$

--- součet lineárních momentů k místu, tedy průhyb hledáme

$$y = \frac{S_M \cdot x_T}{EJ} = \alpha \cdot x_T \quad [y] = \frac{Nm \cdot mm}{MPa \cdot mm^4} = mm$$

26.1.96
Z.B

Pro náš případ:

$$S_M = M_0 l$$

$$x_T = \frac{l}{2}$$

$$y = \frac{S_M x_T}{EJ} = \frac{M_0 l \frac{l}{2}}{EJ} = \frac{M_0 l^2}{2EJ}$$

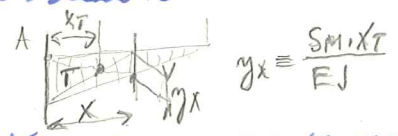
ditžoft

SPOTNEJ

$$y = \frac{Fl^3}{2EJ} \text{ Pro pouznicu}$$

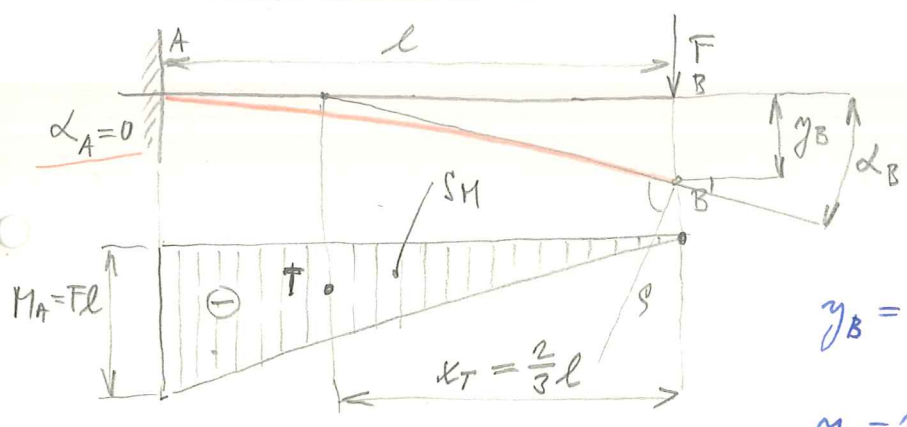
Obecně platí:

Průhyb v libovolném místě ve lžru telesa nosníku se rovná lineárnímu momentu plochy momentového obrazce mezi wažovými body x a bodem ve lžru telesa deťerému EJ.



DU 9.144

VETKNUTÝ NOSNÍK S OSAMELOU SILOU NA KONCI



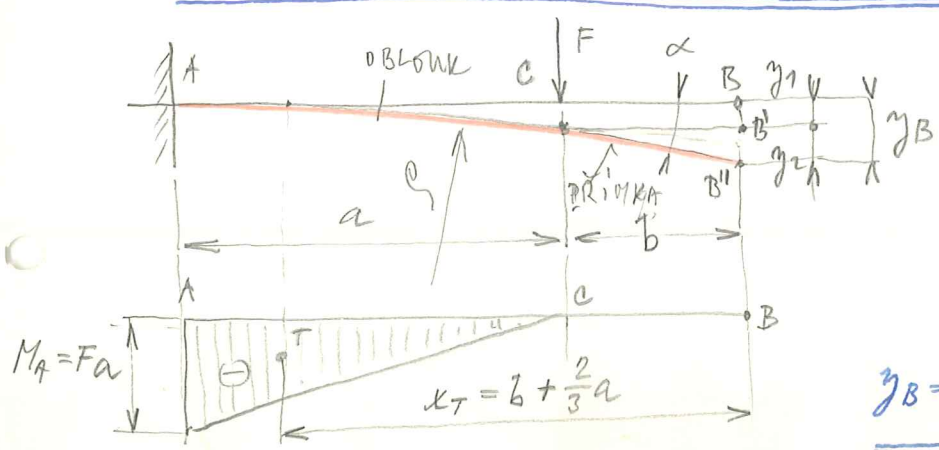
$$\alpha_B = \frac{S_M}{EJ} = \frac{M_A l}{2EJ} = \frac{Fl l}{2EJ} = \frac{Fl^2}{2EJ}$$

$$y_B = \frac{S_M \cdot x_T}{EJ} = \frac{Fl^2}{2EJ} \cdot \frac{2}{3} l$$

$$y_B = y_{max} = \frac{Fl^3}{3EJ}$$

Nalížeňte
yčt k listové
pouznicě

VETKNUTÝ NOSNÍK S OSAMELOU SILOU

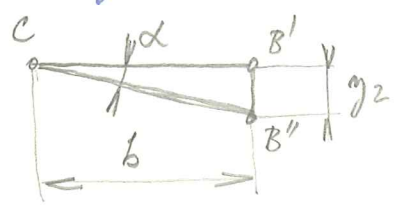


$$\alpha_B = \frac{S_M}{EJ} = \frac{Fa^2}{EJ} = \frac{Fa^2}{2EJ}$$

$$y_B = \frac{S_M \cdot x_T}{EJ} = \frac{Fa^2}{2EJ} \left(b + \frac{2}{3} a \right)$$

$$y_B = \frac{1}{EJ} \left(\frac{Fa^3}{3} + \frac{Fa^2 b}{2} \right)$$

Nebo: $y_B = y_1 + y_2$



$$y_1 = \frac{Fa^3}{3EJ}$$

$$\alpha = \frac{Fa^2}{2EJ}$$

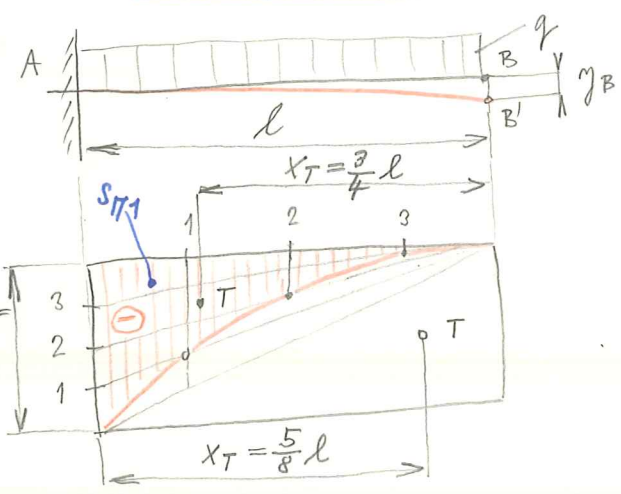
$$A\alpha = \frac{y_2}{b} \Rightarrow y_2 = b A\alpha$$

$$\alpha = A\alpha$$

$$y_2 = b\alpha = \frac{Fa^2 b}{2EJ}$$

$$y = \frac{Fa^3}{3EJ} + \frac{Fa^2 b}{2EJ} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{Fa^3}{3} + \frac{Fa^2 b}{2} \right)$$

SPOJITÉ ZATÍŽENÍ VETKNUTÉHO NOSNÍKU



$$S_{M1} = \frac{1}{3} M_A l$$

$$x_T = \frac{3}{4} l$$

Matem. provádějí

$$\alpha_B = \frac{S_{M1}}{EJ} = \frac{M_A l}{3EJ} = \frac{F_q l^2}{2 \cdot 3EJ} = \frac{q l^3}{6EJ}$$

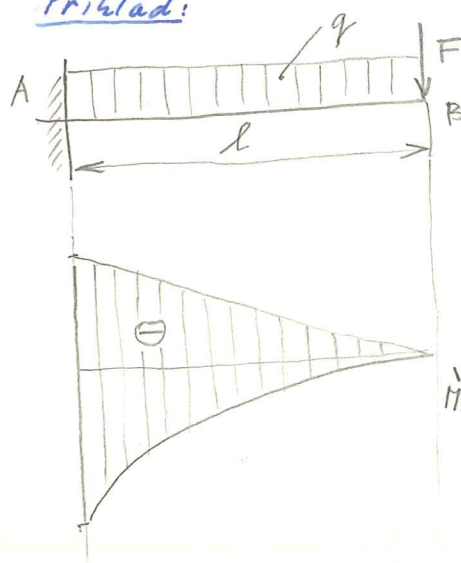
$$\alpha_B = \frac{q l^3}{6EJ}$$

$$y_B = \frac{S_{M1}}{EJ} x_T = \frac{q l^3}{6EJ} \cdot \frac{3}{4} l = \frac{q l^4}{8EJ}$$

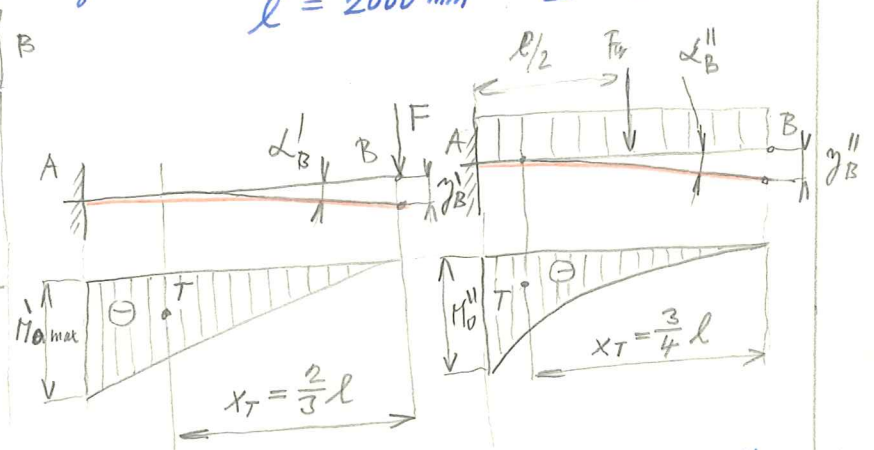
$$y_B = \frac{q l^4}{8EJ}$$

2E/21.12.
Fq = ql

Příklad:



$\alpha = ?$
 $y = ?$
 $q = 7000 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ I - profil
 $F = 4000 \text{ N}$ $G_{D0} = 140 \text{ MPa}$
 $l = 2000 \text{ mm}$ $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$



$$F_q = q l = 7000 \cdot 2 = 14000 \text{ N}$$

$$M_{0max} = M_0' + M_0'' = Fl + F_q \frac{l}{2} =$$

$$= 4000 \cdot 2000 + 14000 \cdot 1000 =$$

$$= 8 \cdot 10^6 + 14 \cdot 10^6 = \underline{\underline{22 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}}$$

2D/4.1.

$$W_{0x} = \frac{M_{0max}}{\sigma_{D0}} = \frac{22 \cdot 10^6}{140} = 1,571 \cdot 10^5 \text{ mm}^3 = 1,571 \cdot 10^2 \text{ cm}^3 = \underline{157,1 \text{ cm}^3}$$

$$ST \text{ str. 403 } I 180 \dots \dots J_x = 1450 \text{ cm}^4 = \underline{1,45 \cdot 10^7 \text{ mm}^4}$$

$$\alpha_B = \alpha_B^I + \alpha_B^{II} = \frac{Fl^2}{2EJ} + \frac{F_q l^2}{6EJ} = \frac{l^2}{2EJ} \left(F + \frac{F_q}{3} \right) =$$

$$= \frac{4 \cdot 10^6}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 1,45 \cdot 10^7} \left(4000 + \frac{14000}{3} \right) = 0,689 \cdot 10^{-6} \cdot 8666,6 =$$

$$= 5971,2 \cdot 10^{-6} = \underline{6 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}$$

$$\alpha_B^\circ = \frac{180}{\pi} \cdot \alpha_B = \frac{180}{\pi} \cdot 6 \cdot 10^{-3} = \underline{0,343^\circ}$$

$$y_B = y_B^I + y_B^{II} = \frac{Fl^3}{3EJ} + \frac{F_q l^3}{8EJ} = \frac{l^3}{EJ} \left(\frac{F}{3} + \frac{F_q}{8} \right) =$$

$$= \frac{8 \cdot 10^9}{2 \cdot 10^5 \cdot 1,45 \cdot 10^7} \left(\frac{4000}{3} + \frac{14000}{8} \right) = 2,756 \cdot 10^{-6} (1333,3 + 1750) =$$

$$= 8497,2 \cdot 10^{-3} = \underline{8,5 \text{ mm}}$$

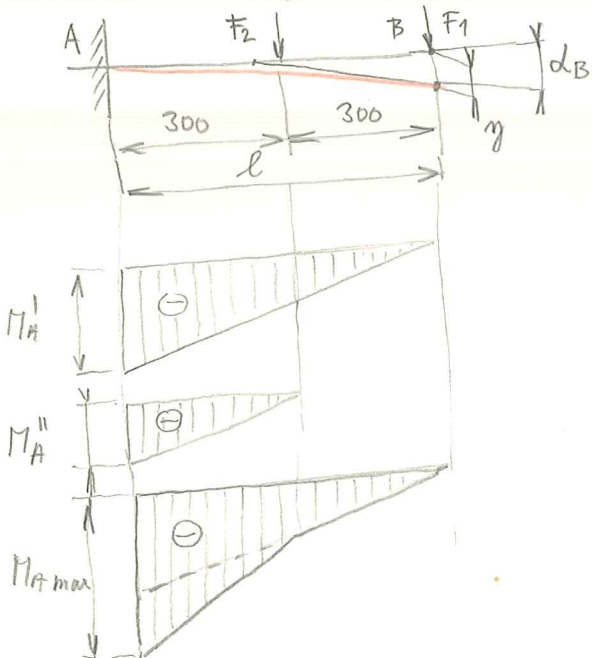
20/22.12.
20/3.1.
PISERKA

2E/3.1.

Příklad: Většinou nosník trah. průřezu ... $\alpha = ?$
 $\gamma = ?$

$$F_1 = 100 \text{ N}, F_2 = 300 \text{ N}$$

$$\sigma_{D0} = 150 \text{ MPa}, E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$



$$M_A^I \text{ max} = F_1 l = 100 \cdot 600 = 6 \cdot 10^4 \text{ Nmm}$$

$$M_A^{II} \text{ max} = F_2 \frac{l}{2} = 300 \cdot 300 = 9 \cdot 10^4 \text{ Nmm}$$

$$M_A \text{ max} = M_A^I + M_A^{II} = \underline{15 \cdot 10^4 \text{ Nmm}}$$

$$W_{0max} = \frac{M_A \text{ max}}{\sigma_{D0}} = \frac{15 \cdot 10^4}{150} = 10^3 \text{ mm}^3$$

$$W_0 = \frac{\pi}{32} d^3$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 W_0}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 10^3}{\pi}} = 21,67 \text{ mm}$$

$$\underline{d = 25 \text{ mm}} \text{ volíme}$$

$$J = \frac{\pi}{64} d^4 = \frac{\pi}{64} 25^4 = 19174 \text{ mm}^4 = \underline{1,917 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}$$

$$F_1 \dots \alpha_B^I = \frac{F_1 l^2}{2EJ} = \frac{100 \cdot 600^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 1,917 \cdot 10^4} =$$

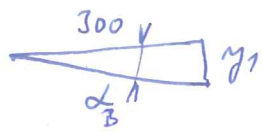
$$= \frac{36 \cdot 10^6}{7,656 \cdot 10^9} = \underline{4,702 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}$$

$$F_2 \dots \alpha_B^{II} = \frac{F_2 \left(\frac{l}{2}\right)^2}{2EJ} = \frac{300 \cdot 300^2}{7,656 \cdot 10^9} = \frac{27 \cdot 10^6}{7,656 \cdot 10^9} = \underline{3,526 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}$$

$$\alpha_B = \alpha_B^I + \alpha_B^{II} = 4,702 \cdot 10^{-3} + 3,526 \cdot 10^{-3} = \underline{8,228 \cdot 10^{-3} \text{ rad}} \quad \alpha_B^\circ = \underline{0,471^\circ}$$

$$y_B' = \frac{F_1 l^3}{3EJ} = \frac{100 \cdot 600^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 1,914 \cdot 10^4} = \frac{10^2 \cdot 10^6 \cdot 216}{1,1484 \cdot 10^6 \cdot 10^4} = \frac{216}{1,1484 \cdot 10^2} = 1,88 \text{ mm}$$

$$y_B'' = \frac{F_2 \left(\frac{l}{2}\right)^3}{3EJ} + y_1 = \frac{300 \cdot 300^3}{1,1484 \cdot 10^4} + 1,0576 = 0,705 + 1,0576 = 1,7626 \text{ mm}$$



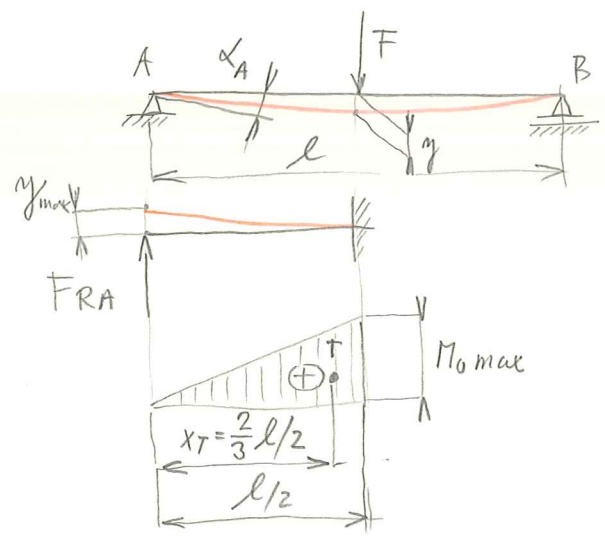
$$y_1 = 300 \cdot l \cdot \alpha = 300 \cdot l \cdot 0,202 = 1,0576 \text{ mm}$$

$$y_B = y_B' + y_B'' = 1,88 + 1,7626 = 3,6426 \text{ mm}$$

DEFORMACE NOSNÍKŮ NA DVUHA PODPĚRÁCH

2D | 5.1.

Symetrie je zatížení uprostřed nosníka - řešení rozdělím na dva velbruté nosníky

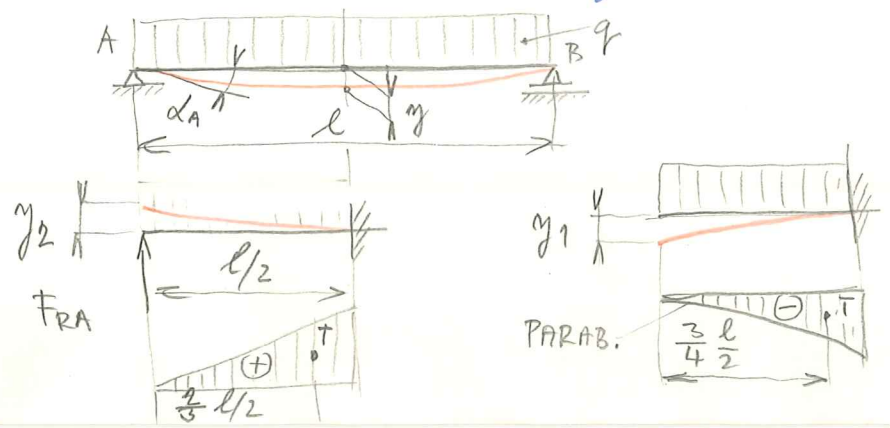


$$F_{RA} = F_{RB} = \frac{F}{2}$$

$$\alpha_A = \frac{M}{EJ} = \frac{1}{2} \frac{M_0 \cdot l}{2 \cdot EJ} = \frac{1}{2} \frac{F \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2}}{2 \cdot EJ} = \frac{F l^2}{16EJ}$$

$$y_{max} = \frac{M \cdot X_T}{EJ} = \frac{F l^2}{16EJ} \cdot \left(\frac{l}{3}\right) = \frac{F \cdot l^3}{48EJ}$$

Nosník spojitě zatížený



2B
30.1.96

Správné zatížení $F_q \rightarrow \frac{F_q}{2} \mid l \rightarrow \frac{l}{2}$

$$\alpha_1 = \frac{S_M}{EJ} = \frac{F_q \left(\frac{l}{2}\right)^2}{6EJ} = \frac{F_q l^2}{48EJ}$$

$$M_0 = \frac{F_q}{2} \cdot \frac{l}{4}$$

$$S_M = \frac{1}{3} M_0 \cdot \frac{l}{2}$$

$$y_1 = \frac{S_M}{EJ} x_T = \frac{F_q l^2}{48EJ} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{l}{2} = \frac{F_q l^3}{128EJ}$$

Zatížení silou F_R

$$\alpha_2 = \frac{S_M}{EJ} = \frac{\frac{1}{2} F_R \frac{l}{2} \frac{l}{2}}{EJ} = \frac{F_R l^2}{16EJ}$$

$$y_2 = \frac{S_M}{EJ} x_T = \frac{F_R l^2}{16EJ} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{2} = \frac{F_R l^3}{48EJ}$$

$$\alpha_{A \max} = \alpha_2 - \alpha_1 = \frac{F_q l^2}{16EJ} - \frac{F_q l^2}{48EJ} = \frac{3F_q l^2 - F_q l^2}{48EJ}$$

$$= \frac{F_q l^2}{24EJ}$$

$$y_{\max} = y_2 - y_1 = \frac{F_q l^3}{48EJ} - \frac{F_q l^3}{128EJ} = \frac{F_q l^3}{EJ} \left(\frac{1}{48} - \frac{1}{128} \right)$$

$$= \frac{F_q l^3}{EJ} \left(\frac{8-3}{384} \right) = \frac{5F_q l^3}{384EJ}$$

2D/6.1.

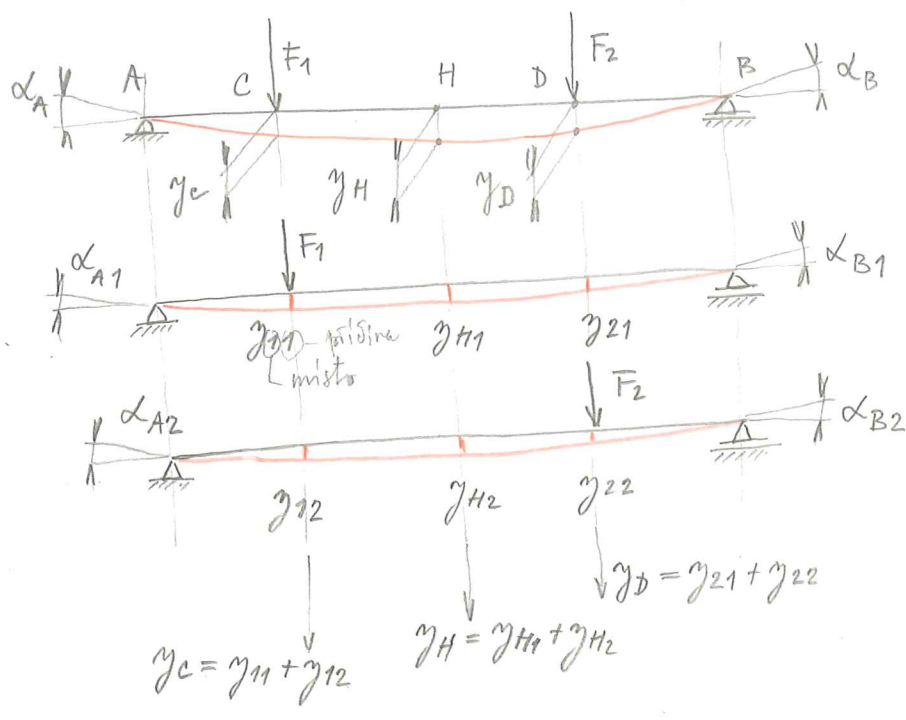
POČETNÍ ŘEŠENÍ NOSNÍKU NA DVOU PODPĚRÁCH

METODOU SKLÁDÁNÍ ÚČINKŮ

Tab. č. 238 - učebnice (nebo ST 60-61)

Řešíme nosník (užel natožení a průhyb)
 postupně tak, že jej zatížíme jednou silou,
 pak postupně následujícími a t.d. účinky jednor-
 obojité síle pak sečteme.

Pro přehlednost volíme index - první
udává místo deformace, druhé přídina
rovnou deformace



ÚČINEK SÍLY 1

ÚČINEK SÍLY 2

$$\alpha_A = \alpha_{A1} + \alpha_{A2}$$

$$\alpha_B = \alpha_{B1} + \alpha_{B2}$$

$$y_C = y_{H1} + y_{H2}$$

$$y_H = y_{H1} + y_{H2}$$

$$y_D = y_{D1} + y_{D2}$$

Vypočet p použití metody str. 238 bude velmi
pracný viz 3 políčko stola

GRAFICKÉ ŘEŠENÍ OHYBOVÉ ČÁRY

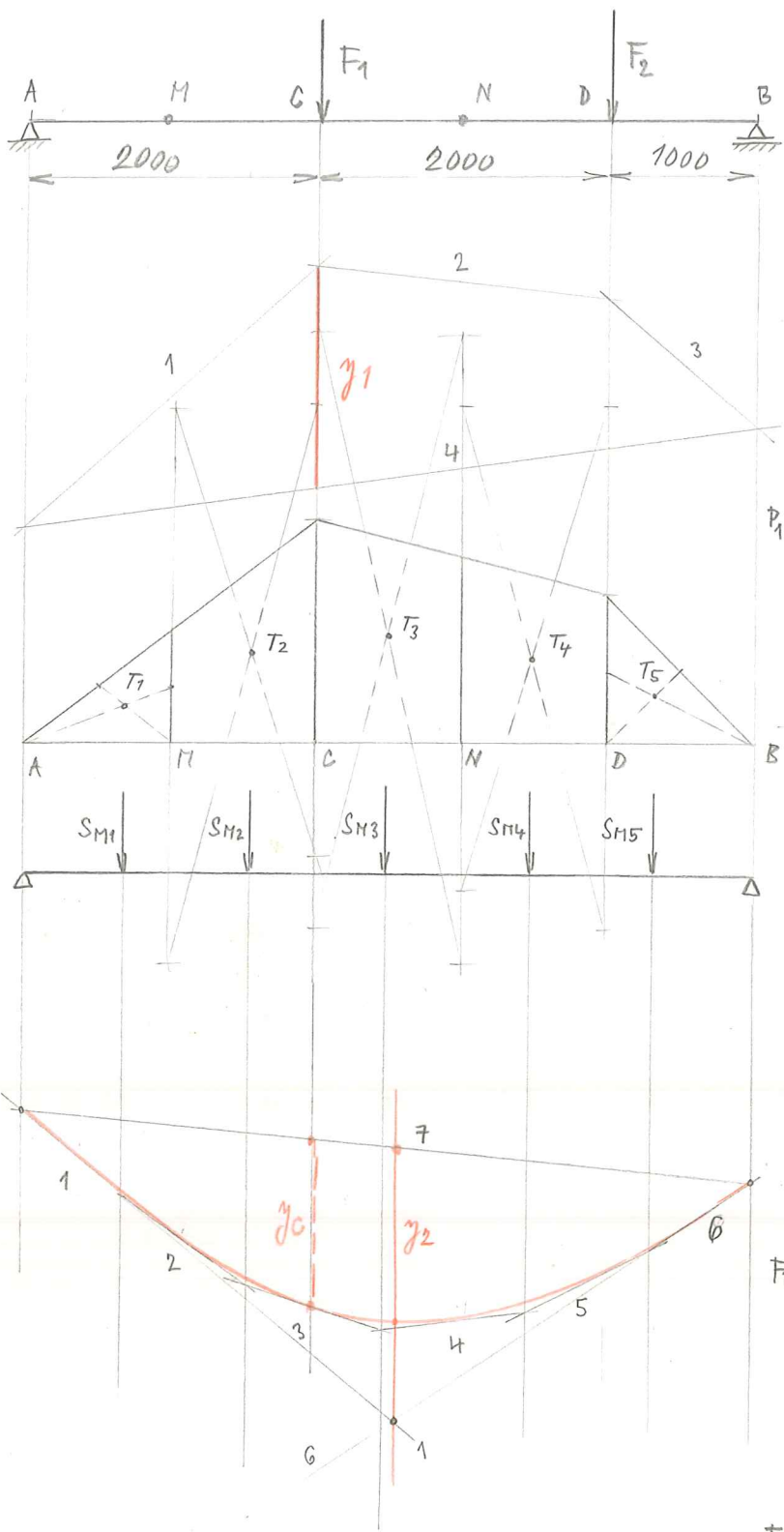
Je to vzhledně metoda pro plošité kombinované zatíže-
ní a pro odstupňované křivky.

Vycházíme ze vztahu:

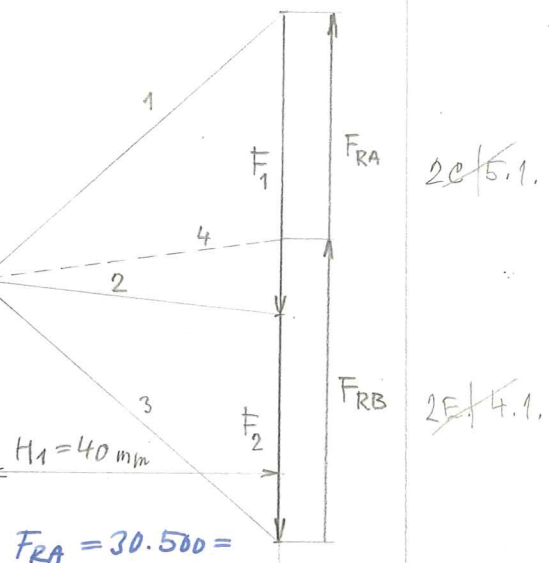
$$y = \frac{\sum M_{max} \cdot X}{EI} = \frac{\text{lin. moment momentové plochy}}{\text{tuhosti}}$$

- Moment řešíme pomocí vláknového obrazce.
- Plochu momentového obrazce přeměníme v příz, kte-
rými zatěžujeme t.zv sdruženou nosnici. (fiktivní)
- S těmito silami řešíme další vláknový obrazec
a tím získáme obalovou křivku jako obyč. rovnou
části nosnice.
- Musíme dávat pozor na měřítko.

Postup si nejlépe ukážeme na konkrétním příkladu.



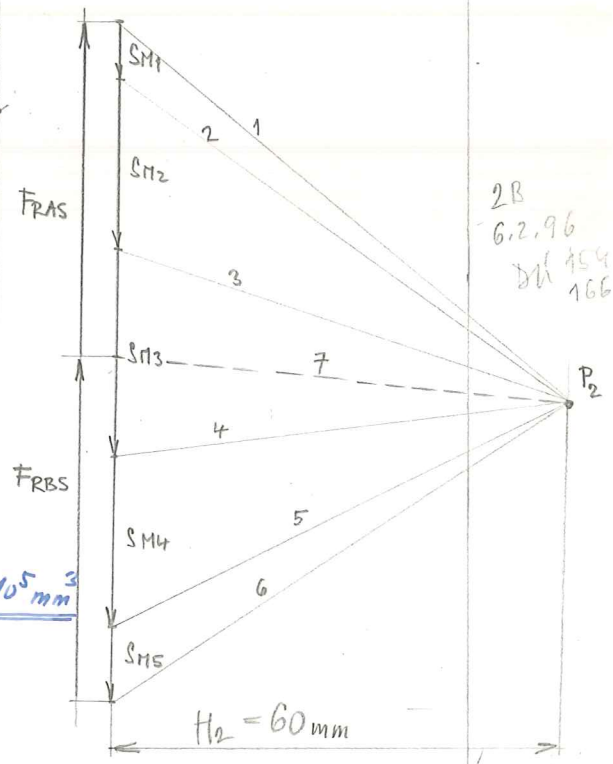
$F_1 = 2 \cdot 10^4 \text{ N}$ | I-profile | $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
 $F_2 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ N}$ | $b_{D0} = 150 \text{ MPa}$
 $m_L \dots 50 \text{ mm} \hat{=} 1 \text{ mm}$
 $m_F \dots 500 \text{ N} \hat{=} 1 \text{ mm}$
 $H_1 = 40 \text{ mm}$



$F_{RA} = 30 \cdot 500 = 15000 \text{ N}$
 $F_{RB} = 40 \cdot 500 = 20000 \text{ N}$
 $M_{0max} = g_1 H_1 m_L m_F = 30 \cdot 40 \cdot 50 \cdot 500 = 3 \cdot 10^7 \text{ Nmm}$

$2C / 5.1.$
 $2E / 4.1.$

$2B$
 $6.2.96$
 $DK 154$
 166



$\sigma_{0max} = \frac{M_{0max}}{W_0} \hat{=} \sigma_{D0} \Rightarrow W_0 = \frac{M_0}{\sigma_{D0}} = \frac{3 \cdot 10^7}{150} = 2 \cdot 10^5 \text{ mm}^3$

IT, ... I 200 - $W_0 = 2,14 \cdot 10^5 \text{ mm}^3$
 $J = 2,14 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$

Tutost $EJ = 4,495 \cdot 10^{12} = 4,5 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$

$S_{M1} = \frac{1}{2} 15 \cdot 20 = 150 \text{ mm}^2 - 7,5$ $S_{M4} = \frac{25+20}{2} \cdot 20 = 450 \text{ mm}^2 - 22,5$
 $S_{M2} = \frac{15+30}{2} \cdot 20 = 450 \text{ mm}^2 - 22,5$ $S_{M5} = \frac{1}{2} 20 \cdot 20 = 200 \text{ mm}^2 - 10$
 $S_{M3} = \frac{30+25}{2} \cdot 20 = 550 \text{ mm}^2 - 27,5$ $m_s \Rightarrow 20 \text{ mm}^2 \hat{=} 1 \text{ mm}$
 $H_2 = 60 \text{ mm}$

$$F_{RAS} = 44 \text{ mm}$$

$$F_{RBS} = 45 \text{ mm}$$

$$y_2 = \underline{\underline{23,5 \text{ mm}}} \quad y_c = \underline{\underline{22 \text{ mm}}}$$

Průhyb:

$$y_{max} = \frac{1}{EJ} y_2 H_1 H_2 m_L m_F m_L m_L m_S = \frac{y_2 H_1 H_2 m_F m_L^3 m_S}{EJ}$$

$$= \frac{23,5 \cdot 40 \cdot 60 \cdot 500 \cdot 50^3 \cdot 20}{4,5 \cdot 10^{12}} = \underline{\underline{15,66 \text{ mm}}}$$

$$y_c = \frac{22 \cdot 40 \cdot 60 \cdot 500 \cdot 50^3 \cdot 20}{4,5 \cdot 10^{12}} = \underline{\underline{14,66 \text{ mm}}}$$

2E | 6.1,
2C | 6.9.

Natřeni:

$$\alpha_A = \frac{1}{EJ} F_{RAS} H_1 m_L^2 m_F m_S = \frac{44 \cdot 40 \cdot 50^2 \cdot 500 \cdot 20}{4,5 \cdot 10^{12}} = \underline{\underline{9,8 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}}$$

$$\alpha_B = \frac{F_{RBS} H_1 m_L^2 m_F m_S}{EJ} = \frac{45 \cdot 40 \cdot 50^2 \cdot 500 \cdot 20}{4,5 \cdot 10^{12}} = \underline{\underline{1 \cdot 10^{-2} \text{ rad}}}$$

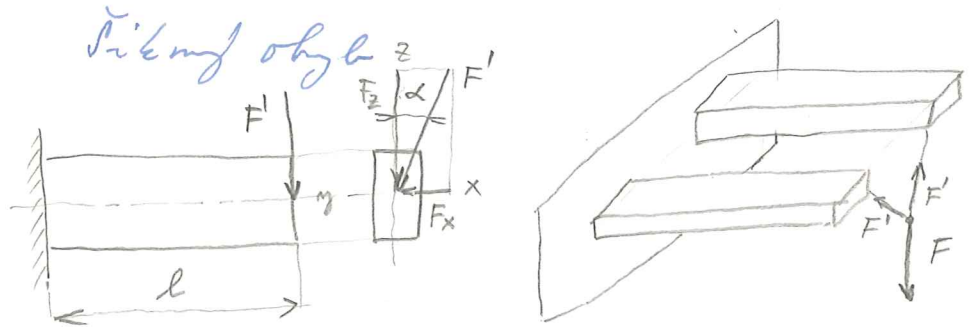
SKLÁDANÁ NATAHÁNÍ

Kombinace:

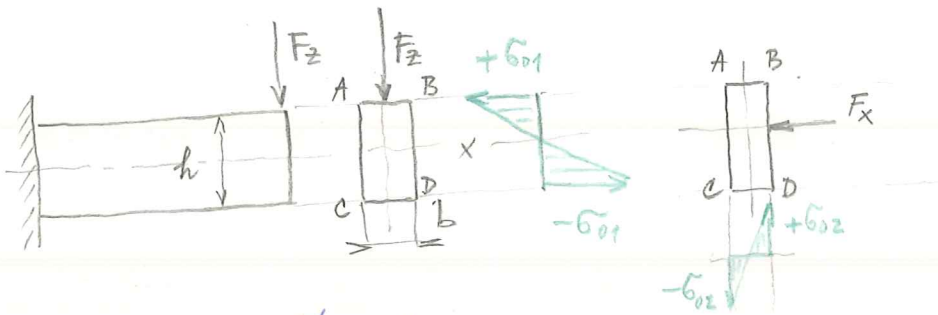
- a) Dvojí normálové napětí - tah (tlak), ohyb
- b) Tečná napětí - smyč, žrut
- c) Normálová a tečná napětí - ohyb, žrut

Napětí podle elaru Steru se algebraicky sčítají,
 ružnorodá se skládají podle rožteré z tečnůpovrchů:

KOMBINACE NORMÁLOVÝCH NAPĚTÍ



2D | 18.1.



2E | 17.1.

$$F \begin{cases} F_x = F' \sin \alpha \\ F_z = F' \cos \alpha \end{cases}$$

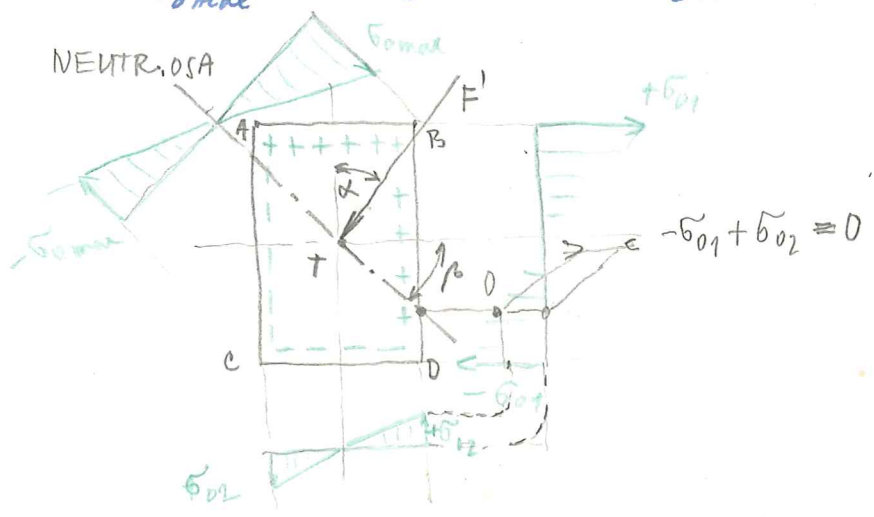
Dva rovinné ohyby

$$\sigma_{01 \max} = \frac{F' l \cos \alpha}{\frac{1}{6} b h^2}$$

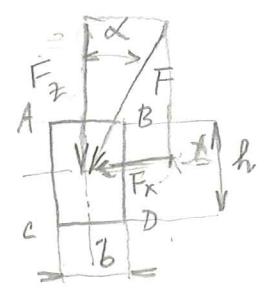
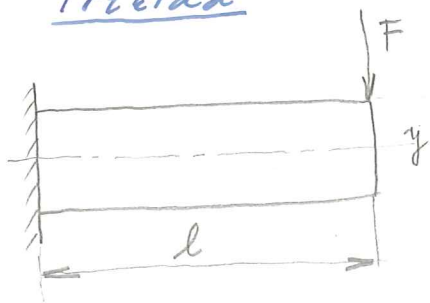
$$\sigma_{02 \max} = \frac{F' l \sin \alpha}{\frac{1}{6} b^2 h}$$

$$\sigma_{0 \max} = \sigma_{01 \max} + \sigma_{02 \max} = \frac{6 F' l}{b h} \left(\frac{\cos \alpha}{h} + \frac{\sin \alpha}{b} \right)$$

2C | 12.1.



Příklad.



$\alpha = 30^\circ$
 $F = 10\,000\text{ N}$
 $l = 1000\text{ mm}$
 $\frac{b}{h} = 0,5$

$G_{D_0} = 100\text{ MPa}$
 $E = 2 \cdot 10^5\text{ MPa}$

$F_z = F \cos \alpha = 10\,000 \cos 30^\circ = 8,66 \cdot 10^3\text{ N}$
 $F_x = F \sin \alpha = 10\,000 \sin 30^\circ = 5 \cdot 10^3\text{ N}$

$M_{oz\text{ max}} = F_z l = 8,66 \cdot 10^6\text{ Nmm}$
 $M_{ox\text{ max}} = F_x l = 5 \cdot 10^6\text{ Nmm}$

$\sigma_{01} = \frac{M_{oz\text{ max}}}{W_x} = \frac{M_{oz\text{ max}}}{\frac{1}{6} b h^2} = \frac{6 M_{oz}}{0,5 h^3} = \frac{12 \cdot 8,66 \cdot 10^6}{h^3} = \frac{1,04 \cdot 10^8}{h^3}$

$\sigma_{02} = \frac{M_{ox\text{ max}}}{W_z} = \frac{M_{ox\text{ max}}}{\frac{1}{6} b^2 h} = \frac{6 M_{ox}}{0,5^2 h^2 h} = \frac{24 \cdot 5 \cdot 10^6}{h^3} = \frac{1,2 \cdot 10^8}{h^3}$

$\sigma_0 = \sigma_{01} + \sigma_{02} = \frac{1,04 \cdot 10^8}{h^3} + \frac{1,2 \cdot 10^8}{h^3} = \sigma_{D_0}$

$h^3 = \frac{(1,04 + 1,2) \cdot 10^8}{\sigma_{D_0}}$

$h = \sqrt[3]{\frac{2,24 \cdot 10^8}{100}} = 10^2 \sqrt[3]{2,24} = \underline{\underline{130,8\text{ mm}}}$

$\underline{\underline{b = 65\text{ mm}}}$

$\sigma_{01} = \frac{1,04 \cdot 10^8}{130^3} = 47,7\text{ MPa}$

$\sigma_{02} = \frac{1,2 \cdot 10^8}{130^3} = 55\text{ MPa}$

Příklad: $y_x = \frac{F_x l^3}{3 E J_z} = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot (10^3)^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{12} \cdot 65^3 \cdot 130}$

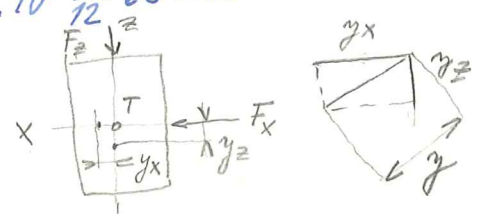
$J_z = \frac{1}{12} b^3 h$
 $J_x = \frac{1}{12} b h^3$

$= 2,8\text{ mm}$

$y_z = \frac{F_z l^3}{3 E J_x} = \frac{8,66 \cdot 10^3 \cdot 10^9}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{12} \cdot 65 \cdot 130^3} = 1,2\text{ mm}$

$y = \sqrt{y_x^2 + y_z^2} = \sqrt{2,8^2 + 1,2^2}$

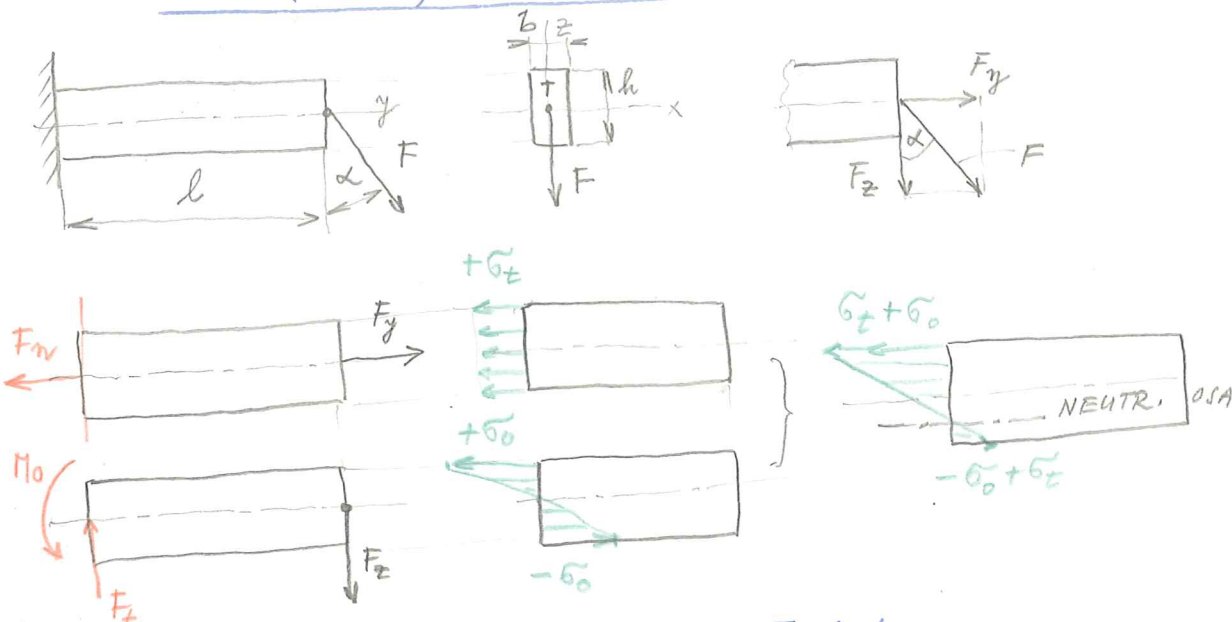
$\underline{\underline{y = 3,04\text{ mm}}}$



2C / 13.1.

2B
9.2.96

TAH (TLAK) I OHYBEM



$$F_y = F \sin \alpha = F_n \dots \dots \sigma_t = \frac{F \sin \alpha}{bh} \quad \text{TAH}$$

$$F_z = F \cos \alpha = F_t \dots \dots \sigma_o = \pm \frac{F \cos \alpha}{\frac{1}{6}bh^2} \quad \text{OHYB}$$

20 | 17.1.

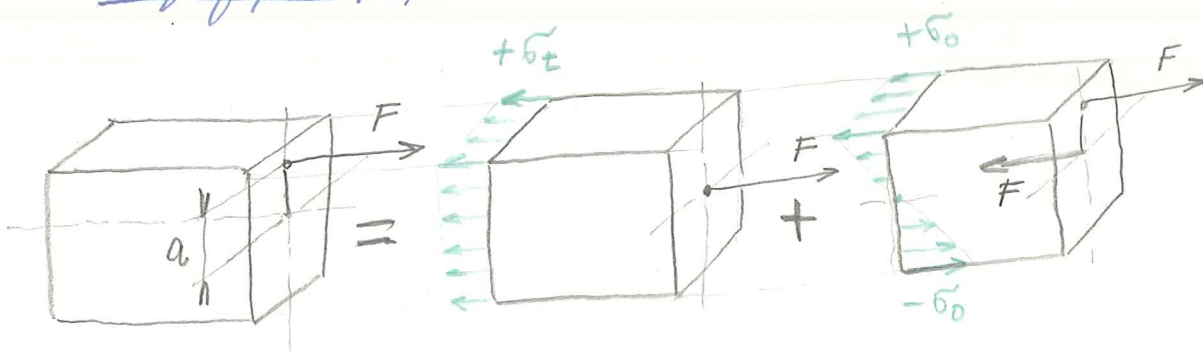
$$\sigma_{v \max} = \sigma_t + \sigma_o$$

$$\sigma_{v \min} = \sigma_t - \sigma_o$$

Pr. 4.240

Dh

Stejný postup platí pro excentrický tah (tlak)



Příklad:

Stojan lisu - probat podle ušebnice za Dú
(zhorsit formou distenze)

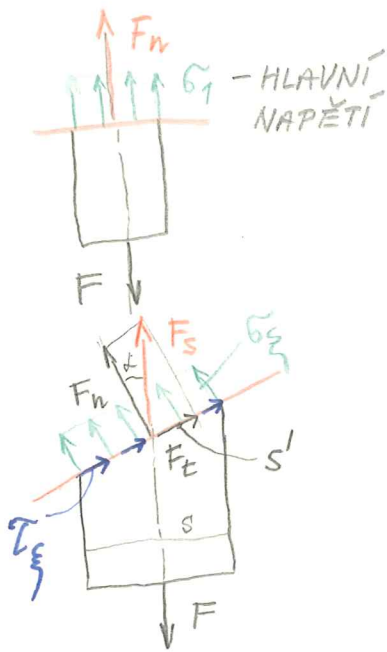
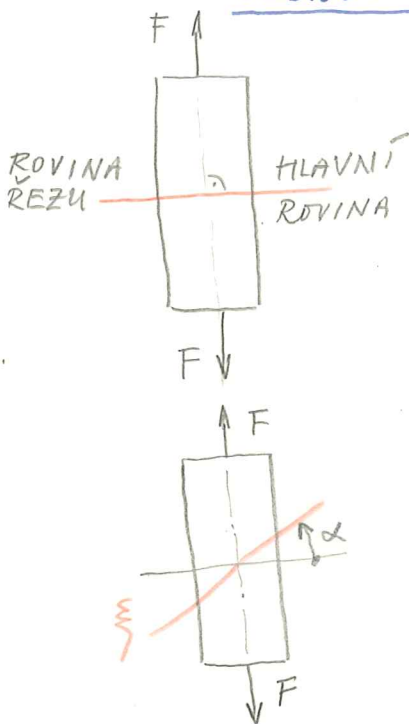
str. 263 př. 31

Dh
4.126

SLOŽENÁ NAPÁHÁNÍ Z NORMÁLOVÝCH A TEČNÝCH

Nesourodá napětí nelze psít algebricky!

JEDNOOSÝ STAV NAPJATOSTI



$$\sigma_{max} = \sigma_1$$

$$\tau = 0$$

$$F_n = F \cos \alpha$$

$$F_t = F \sin \alpha$$

$$\sigma_{\xi} = \frac{F_n}{s'} = \frac{F \cos \alpha}{\frac{s}{\cos \alpha}} = \left(\frac{F}{s}\right) \cos^2 \alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha$$

$$\tau_{\xi} = \frac{F_t}{s'} = \frac{F \sin \alpha}{\frac{s}{\cos \alpha}} = \frac{F}{s} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha$$

Pro hlavní rovinnu $\alpha = 0$

$$\sigma_{\xi \max} = \sigma_1 \cos^2 0 = \sigma_1$$

$$\tau_{\xi \max} = \frac{\sigma_1}{2} \sin 0 = 0$$

Kdy bude:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \dots \text{pro } \underline{\underline{\alpha = 45^\circ}}$$

$$\underline{\underline{\tau_{\max} = \frac{\sigma_1}{2}}}$$

M zkušební d hýsek z hou zerrateho materialu jsou A z Lüdersovy sáry, které předsí o při trznosti sou konyel napeti skloněné o 45°

VZOREK

TAB.

	0°	45°	90°	135°	180°
σ_x	σ_1	$\sigma_1/2$	0	$\sigma_1/2$	σ_1
τ_{xy}	0	$\sigma_1/2$	0	$-\sigma_1/2$	0

8d
4.247
I12-I12

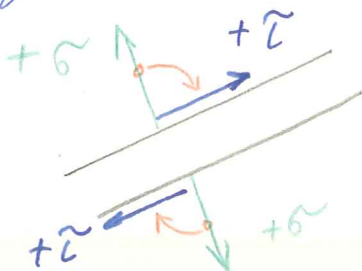
Normálová napětí - oddělení částic materiálu (charakteristické pro křehký materiál)

Smyková napětí - posuv částic materiálu (char. pro houževnatý materiál)

Pravidla pro volbu znamének:

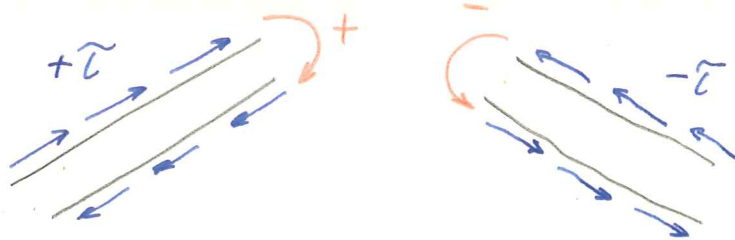
Normálové: tah (+)
tlak (-)

Smykové:

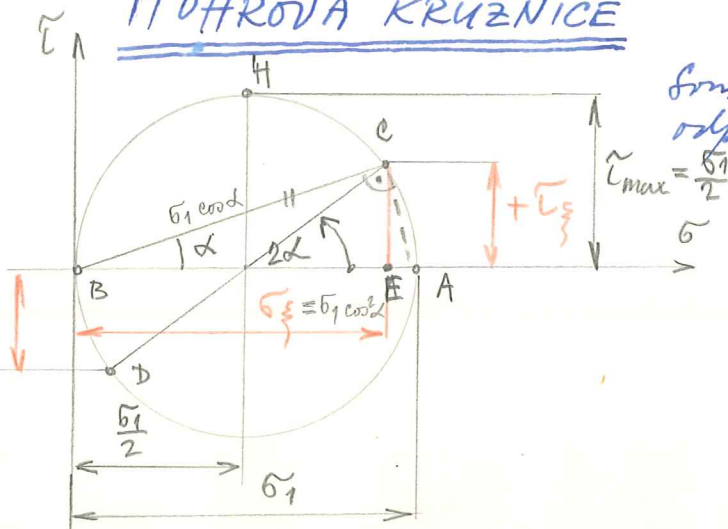


τ je kladné, když po otočení σ ve směru hodin. ručiček jsou vektorů souhlasné.

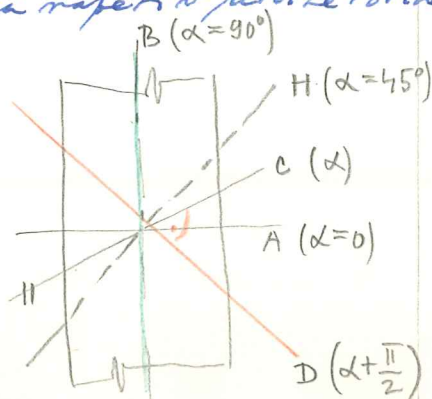
nebo: když na dvou plochách je orientace vektorů ve směru hodinových ručiček



MOHROVA KRUŽNICE



Směrnice každého bodu kruh. odpovídá napětí v určité rovině.

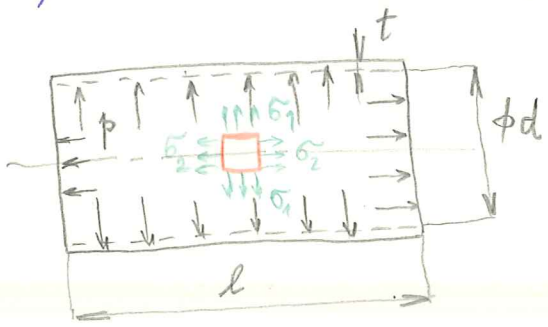


- 1) Body Mohrovy kružnice odpovídají dřívě k sobě kolovým rovinnám, leží na stejné úrovni M. kružnice
- 2) Vě drou por. sa sebe kolový jsou jedna napeti stejné velká, lišit se jen znaménkem
- 3) Součet normál. napeti ve drou rovinně k sobě kolový je konstantní: $\underline{\sigma_x + \sigma_{x+\frac{\pi}{2}} = \sigma_1 = konst.}$

2E/20.1.

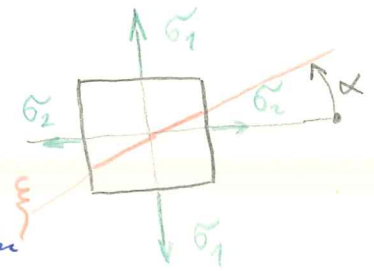
DVOUOSÝ STAV NAPJATOSTI

Tlak (tlak) působí ve drou kolový směr
 Na př. Tenkostěnné nádoby



$$\sigma_1 = \frac{dp}{2t}$$

$$\sigma_2 = \frac{dp}{4t}$$



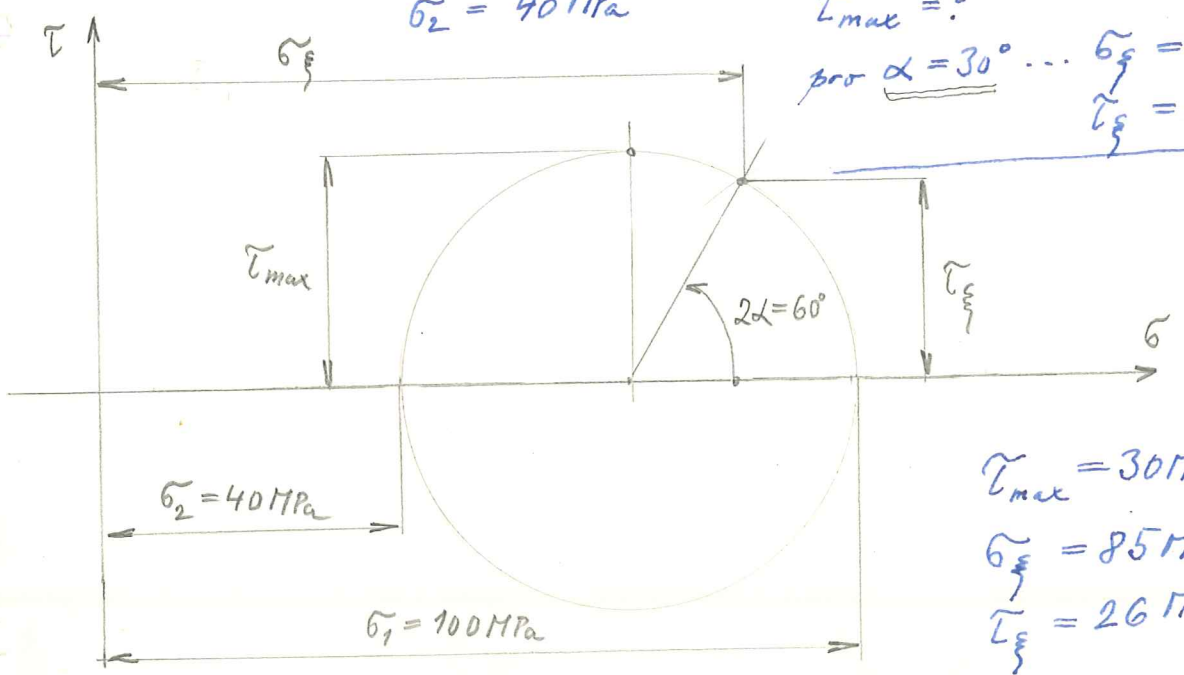
$\sigma_1 = 2\sigma_2$ - pro nádobu

2D/24.1.

Příklad: NETÝKÁ SE TENKOSTĚNNÉ NÁDOBY - OBECNÝ PŘÍPAD
 Pomocí M. kružnice

$\sigma_1 = 100 \text{ MPa}$
 $\sigma_2 = 40 \text{ MPa}$

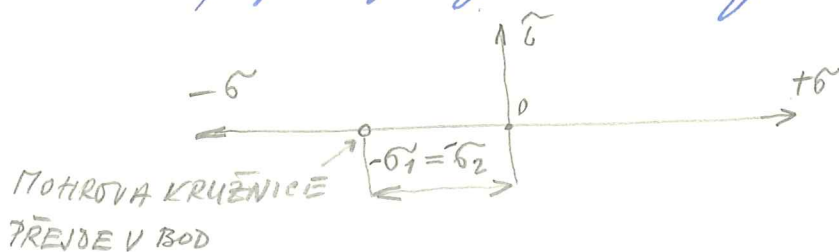
$\tau_{max} = ?$
 pro $\alpha = 30^\circ \dots$
 $\sigma_\xi = ?$
 $\tau_\xi = ?$



$\tau_{max} = 30 \text{ MPa}$
 $\sigma_\xi = 85 \text{ MPa}$
 $\tau_\xi = 26 \text{ MPa}$

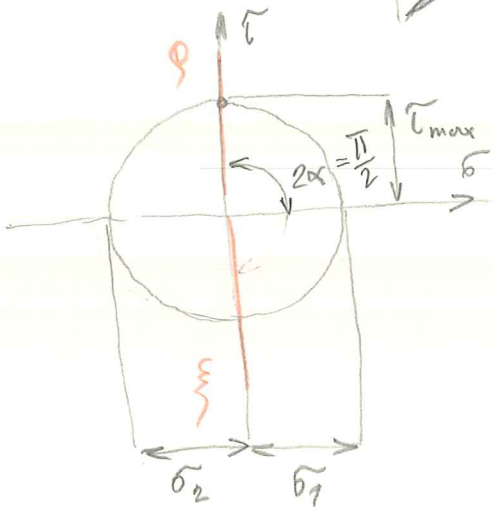
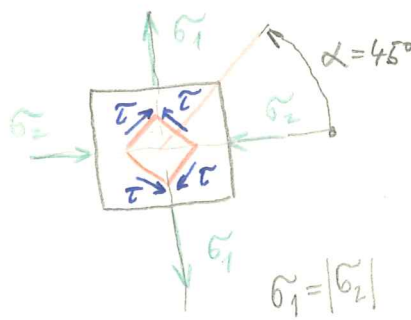
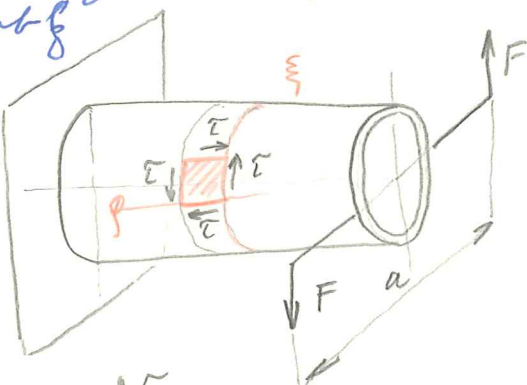
2C/19.1.

Zvláštní případ je hydrostatický tlak na pětiso



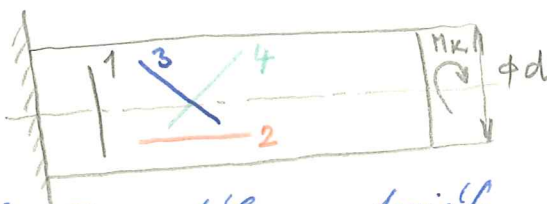
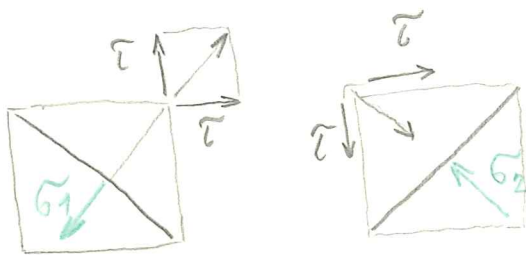
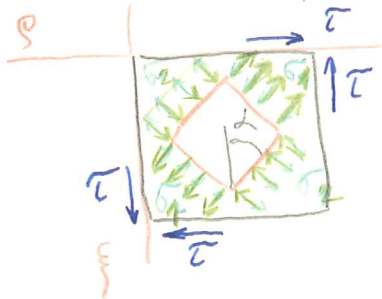
ČISTÝ SMYK

Dvouosý stav napjatosti. Čistý smyk je u tenkostěnné trubky



$\sigma = 0$
 $\tau_{max} = \sigma_1$

$M_k = F \cdot a$
 $\tau = \frac{M_k}{W_k}$

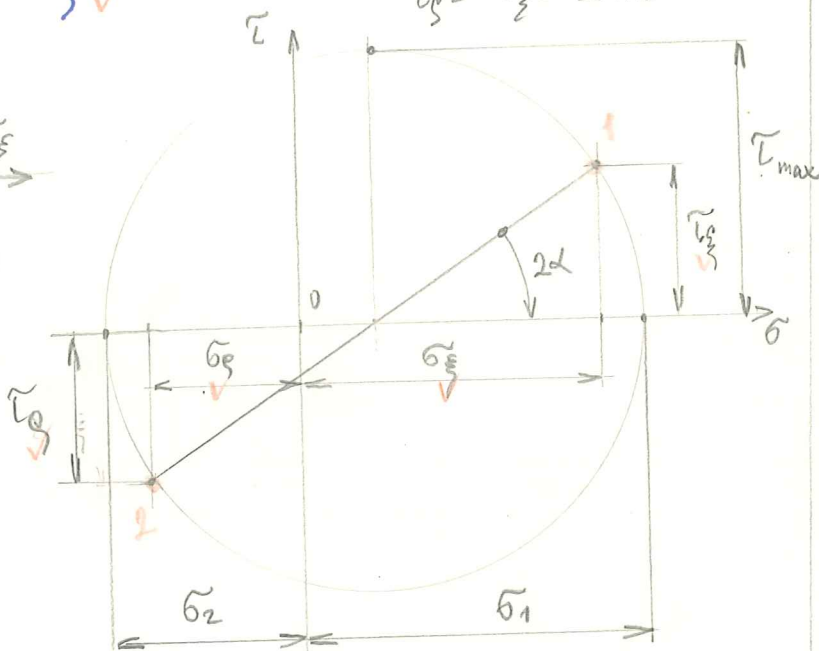
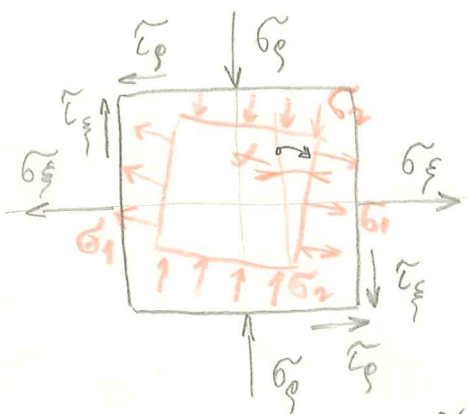


- 1 - osička ⊥ k ose u homogenním materiálu
- 2 - osička u vrstevném materiálu || osou (dřevo)
- 3 a 4 - osička u třech vrstevném materiálu ve tvaru průbívce
 když je přerušeno σ_{pr} pro příklad 3, když je přerušeno σ_{pr} osička 4. $\sigma_{max} = \sigma_{med} = \tau_{max}$

ROVINNÝ STAV NAPJATOSTI - ORECNÝ PŘÍPAD

Roviny ξ a η jsou na sebe kolmé a hledáme veličnosti a průměrných napětí $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{max}$

$\sigma_{\xi} = 40 \text{ MPa}$; $\sigma_{\eta} = -20 \text{ MPa}$; $\tau_{\xi} = 20 \text{ MPa}$
 $\tau_{\eta} = -\tau_{\xi} = -20 \text{ MPa}$



Změříme:
 $2\alpha = 34^\circ$
 $\alpha = 17^\circ$

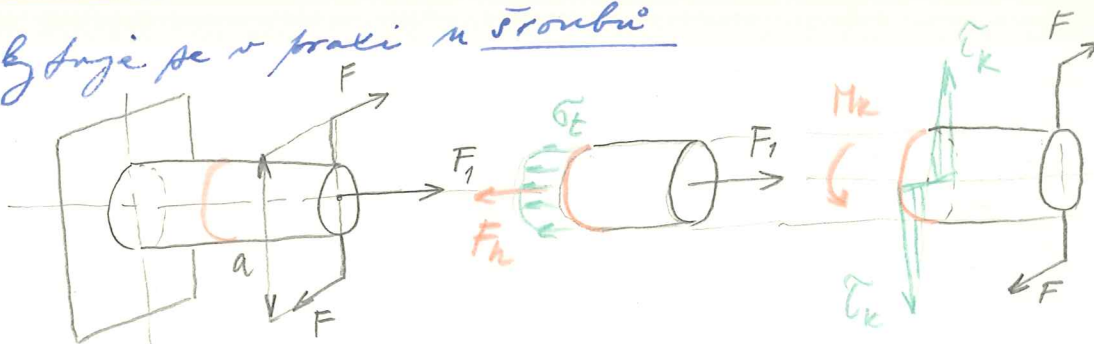
$\sigma_1 = 46 \text{ MPa}$
 $\sigma_2 = -26 \text{ MPa}$
 $\tau_{max} = 36 \text{ MPa}$

2C/20.1.

2E/24.1.
 2D/27.1.

TAH A KRUT

Vyskytuje se v praxi u šroubů

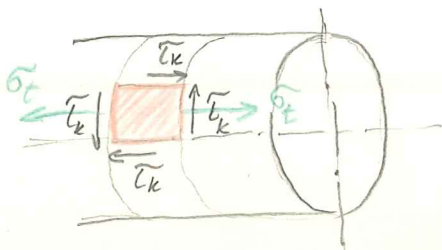


$\sigma_t = \frac{F_1}{S}$

$\tau_k = \frac{M_k}{W_k}$

Příklad:

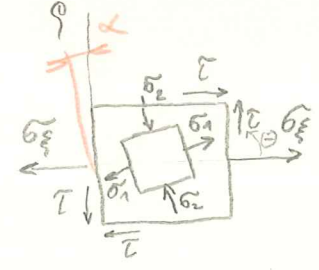
$F_1 = 4000 \text{ N}$
 $M_k = 6000 \text{ Nmm}$
 $d = 10 \text{ mm}$



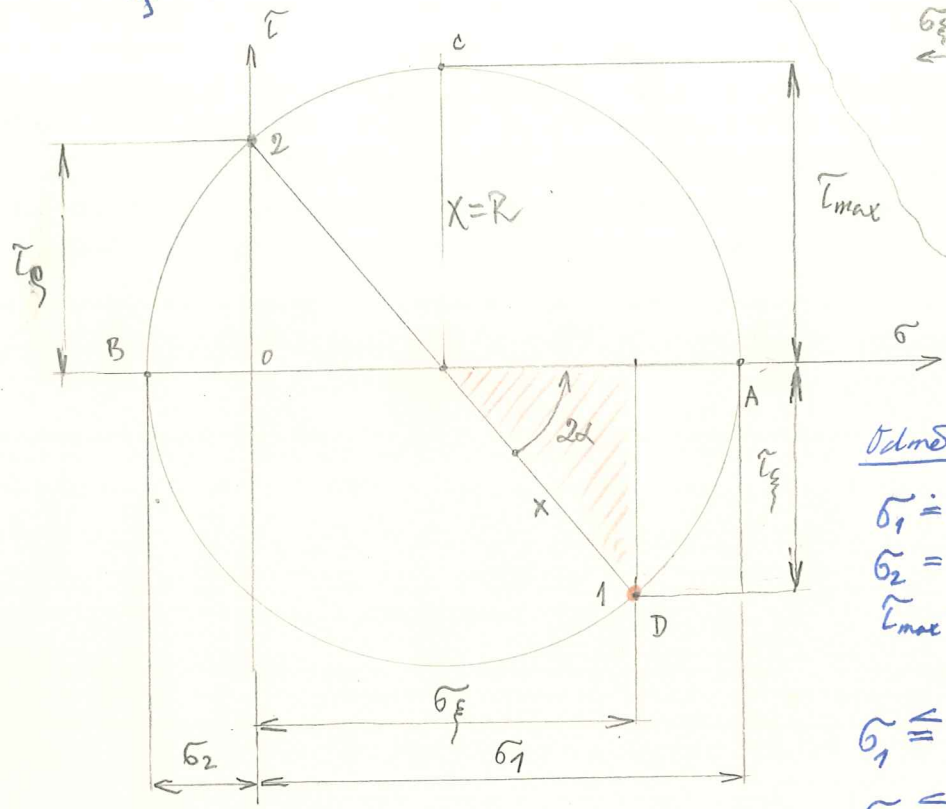
$\sigma_t = \frac{F_1}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4 \cdot 4000}{\pi \cdot 10^2} = 51 \text{ MPa}$

$\tau_k = \frac{M_k}{W_k} = \frac{6000}{\frac{\pi}{16} d^3} = \frac{16 \cdot 6000}{\pi \cdot 10^3} = 30,5 \text{ MPa}$

$\sigma_z = \sigma_{\xi}$
 $\sigma_y = 0$
 $\tau_x = \tau_y = \tau_{\xi}$



- 1 ... $\sigma_x = \sigma_y = 51 \text{ MPa}$
- 2 ... *



Odmešime:

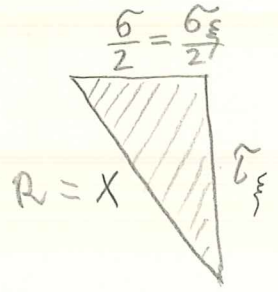
$\sigma_1 = 65 \text{ MPa}$
 $\sigma_2 = -14 \text{ MPa}$
 $\tau_{max} = 39,5 \text{ MPa}$

$\sigma_1 \equiv \sigma_{DE}$

$\sigma_2 \equiv \sigma_{DD}$

$\tau_{max} \equiv \tau_{DE}$

Kontrola pomocí vzpřodku: ano!



$X = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$

$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + X = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$

$\sigma_2 = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$

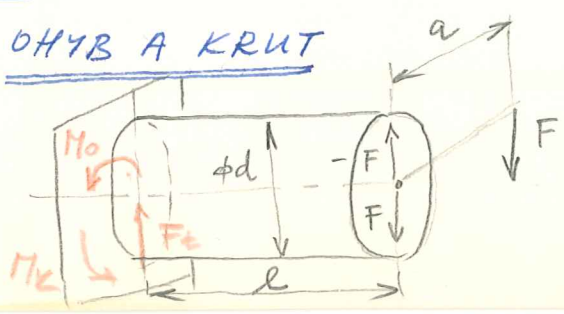
$\tau_{max} = X = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$

Dosadíme: $\sigma_1 = \frac{51}{2} + \sqrt{\left(\frac{51}{2}\right)^2 + 30,5^2} = \underline{\underline{65,25 \text{ MPa}}}$

$\sigma_2 = \frac{51}{2} - \sqrt{\left(\frac{51}{2}\right)^2 + 30,5^2} = \underline{\underline{-14,25 \text{ MPa}}}$

$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{51}{2}\right)^2 + 30,5^2} = \underline{\underline{39,75 \text{ MPa}}}$

OHYB A KRUT



$M_k = F \cdot a$ - krut

$M_o = F \cdot l$ - ohyb

$F_z = F$ - posuvající síla

8h
4.243

2F
6.4.99
ZADÁTEK

1) Kruh

$$\tilde{\tau}_k = \frac{M_k}{W_k} = \frac{16 F a}{\pi d^3}$$

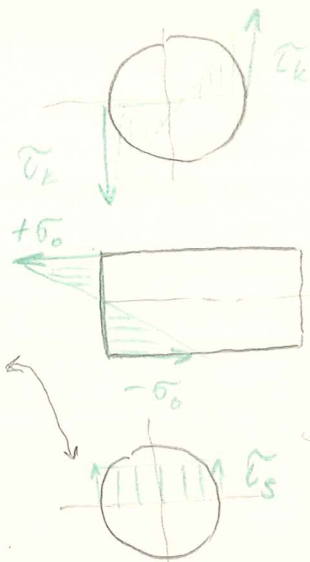
2) Ohyb $\tilde{\sigma}_0 = \frac{M_0}{W_0} = \frac{32 F l}{\pi d^3}$

3) Smyk $\tilde{\tau}_s = \frac{4 F}{3 s} = \frac{4 F}{3 \pi d^2} = \frac{16 F}{3 \pi d^2}$

$$\tilde{\tau}_r = \tilde{\tau}_k + \tilde{\tau}_s = \frac{16 F a}{\pi d^3} + \frac{16 F}{3 \pi d^2} \equiv \tilde{\tau}_{DS}$$

$$\tilde{\tau}_{max} = \frac{1}{2} \sqrt{\tilde{\sigma}_0^2 + 4 \tilde{\tau}_v^2}$$

$$\tilde{\sigma}_{1,2} = \frac{\tilde{\sigma}_0}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\tilde{\sigma}_0^2 + 4 \tilde{\tau}_v^2}$$



$$\tilde{\sigma}_{max} = \sqrt{\left(\frac{\tilde{\sigma}_0}{2}\right)^2 + \tilde{\tau}_v^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\tilde{\sigma}_0^2 + 4 \tilde{\tau}_v^2}$$

VIZ PŘEDCHOZÍ
PŘÍKLAD X = ...

TEORIE PEVNOSTI

Normálová a šedrá napětí nemůžeme sledovat algebraicky ani ve tvaru

Zavádíme $\tilde{\sigma}_{red}$ - redukované normálové napětí, které má v rozřezovém místě stejný účinek, jako napětí normálové a šedré.

Býlo zpracováno někde v teorii pevnosti.

1) TEORIE MAX. NORMALOVÝCH NAPĚTÍ (Lemé, Maxwell, Clapeyron)

Vychází z Mohrovy kružnice

$$\tilde{\sigma}_{red} = \frac{\tilde{\sigma}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\tilde{\sigma}}{2}\right)^2 + \tilde{\tau}^2} \leq \tilde{\sigma}_{Dt(d)}$$

Platnost teorie $\bar{\sigma} = 0 \dots$ čistý SMYK

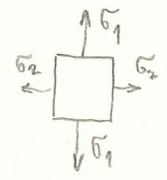
$$\bar{\sigma}_{red} = \pm \bar{\sigma}_s \leq \bar{\sigma}_{Dt}$$

$\varphi = \frac{\bar{\sigma}_D}{\bar{\sigma}_D} = 1 \dots \dots \bar{\sigma}_{Dt} = \bar{\sigma}_{Ds}$ platí pouze pro křehké materiály!
na př. litina

2) TEORIE NEJVĚTŠÍCH POMĚRNÝCH DEFORMACÍ (Bach, St. Venant)

Porušení nastane tam, kde je největší poměrná deformace $\epsilon_{\pm}(x)$

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} \leq \frac{\bar{\sigma}_{Dt}}{E}$$



odvození je pracné

$$\bar{\sigma}_{red} = 0,355 \pm 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \bar{\sigma}_{Dt(x)}$$

2E/25.1.

$\bar{\sigma} = 0 \dots \dots \varphi = \frac{\bar{\sigma}_D}{\bar{\sigma}_D} = 1,3 \dots \dots$ platí opět pro křehké materiály!

3) TEORIE MAX. SMYKOVÝCH NAPĚTÍ (Mohr, Guest, Coulomb)

Porušení nastane v místě, kde největší napětí dosáhne veličnosti, při kterém se materiál poruší protáhnutím.

$$\bar{\tau}_{max} = \frac{\sigma}{2} - \text{pro jednoosou napjatost}$$

$$\bar{\tau}_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \leq \bar{\tau}_D = \frac{\bar{\sigma}_D}{2}$$

Redukované napětí

$$\bar{\sigma}_{red} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \bar{\sigma}_{Dt}$$

2B
26.2.96

Pro $\bar{\sigma} = 0 \dots \dots \bar{\sigma}_{red} = 2\bar{\tau}_D$

$$\varphi = \frac{\bar{\sigma}_D}{\bar{\tau}_D} = 2$$

2D/1.2.

Omezení: 1) Poloměr M. kružnice je $\bar{\tau}_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$

Poloměr závisí pouze na rozdílku a σ_1 by mohlo být neomezeně velké, což není možné

2) $|\sigma_1| = |\sigma_2|$ zrodni se na kruznice v bod
a v dalsej rovine pak vemi $\bar{\epsilon}$, co vemi
pro drvo az stat opet rovine.

Tato teorie plati p uvedenym omezenim pro
houbernaty material a dava vetvi pomery ned
dava teorie patu

2D/2.2.

4. TEORIE ENERGETICKA' (Huber, Mises, Hencky)

Objemova hustota deformacni energie w
kdyz w dosahne urcite velkosti, dojde k poruce-
ni materialu. Energie vemi prestatnou energii
pri poruce ni prostym tahem.

- Sabst energie vdm tvaru
- Sabst energie vdm objemu

Pro drvo az stat majfaholi

$$w_{cell} = w_1 + w_2 \equiv w_{De}$$

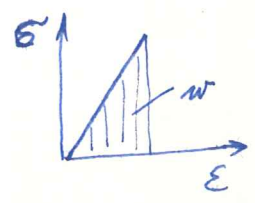
$$w_c = \frac{\sigma_1^2}{2E} + \frac{\sigma_2^2}{2E} = \frac{\sigma_{red}^2}{2E}$$

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \equiv \sigma_{De}$$

Z poznou p h doudat. Hlak em se zfishilo, ze energie
pro zdmu objemu vemi vliv na poruce ni materialu,
protoz material bese vysoce hlahy

Cela energie se spotreboje na zdmu tvaru

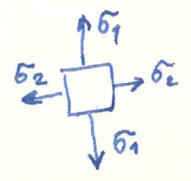
$$w_c = \frac{1}{2} \epsilon_1 \sigma_1 + \frac{1}{2} \epsilon_2 \sigma_2$$



kdyz dosadime

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E}$$

$$\epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E}$$



$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\mu \sigma_1 \sigma_2} \equiv \sigma_{De}$$

5. TEORIE - ENERGETICKÁ

Pro tvárné materiály $\mu = 0,5$ (pryž)

$$\underline{\underline{\sigma_{red} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tilde{\tau}^2} \cong \sigma_{Dt}}} \quad \left| \quad \frac{1}{1,732} = 0,577 \right.$$

$\sigma = 0$ $\varphi = \frac{\sigma_D}{\tilde{\tau}_D} = 1,732$ $\varphi = \frac{\sqrt{3}\tilde{\tau}_D}{\tilde{\tau}_D} = \sqrt{3} = 1,732$

$\tau = 0,577\sigma$!

Tato teorie nejlépe odpovídá výsledkům zkušeb
a je u nás předepsána ČSN.

Pro lomitovatelné materiály bude nepronášivá

5. teorie

OHYB A KRUT HŘÍDELU

Ohyb - hřídel je vždy - střídavě napětí III
Kрут - " je - stálé, májivé I, II

Korektura rozruš σ_{red} pomocí BACHOVA
OPRAVNĚHO SOUČiniteLE

$$\underline{\underline{\alpha_B = \frac{\sigma_D \text{ pro ohyb zatížením}}{\varphi \tilde{\tau}_D \text{ pro ohyb zatížením}}}}$$

$$\varphi = \frac{\sigma_D}{\tilde{\tau}_D}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{red} = \sqrt{\sigma^2 + 3(\alpha_B \tilde{\tau})^2} \cong \sigma_{Dt}}}$$

Příklad: mat. 11500 $c_{II} = 0,85$
 $c_{III} = 0,65$

a) ohyb III
krut I

$$\alpha_B = \frac{\sigma_{D0III}}{\varphi \tilde{\tau}_{DKI}} = \frac{c_{III} \frac{0,7 \sigma_{p0}}{k}}{1,73 \cdot 0,6 \frac{0,6 \sigma_{p0}}{k}}$$

$$= \frac{0,85 \cdot 0,7}{1,73 \cdot 0,36} = \underline{\underline{0,73}}$$

$$\sigma_{D0III} = c_{III} \frac{0,7 \sigma_{p0}}{k}$$

$$\tilde{\tau}_{DKI} = 0,6 \frac{0,6 \sigma_{p0}}{k}$$

- $\alpha_B = 0,73$ - přesný výpočet
- $\alpha_B = 0,7$ - udebnice SPS
- $\alpha_B = 0,65$ - udebnice MEC ... $\tilde{\tau}_{DKI} = (0,55 \div 0,6) \sigma_{Dt}$

2F
8.4.99

b) ohyb III
krut II

$$\alpha_B = \frac{\sigma_{D0}}{\varphi \sigma_{DK}} = \frac{c_{III} \frac{0,76 \tau_e}{k}}{1,73 \cdot 0,6 \frac{0,6 \cdot \tau_e}{k} c_{II}} = \frac{0,7 \cdot 0,65}{1,73 \cdot 0,36 \cdot 0,85} = 0,859$$

c) oba stredové $\alpha_B = 1$

OHYB A KRUT KRUHOVÝCH HRÍDELŮ

Známe M_0 a M_k , materiál a σ_{D0} - 5. teorie

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_0^2 + 3(\alpha_B \tilde{\tau}_k)^2} \leq \sigma_{D0}$$

$$\sigma_0 = \frac{M_0}{W_0} \quad \tilde{\tau}_k = \frac{M_k}{W_k} = \frac{M_k}{2W_0} \quad (\text{pro kruh. profil})$$

$$\sigma_{red} = \sqrt{\frac{M_0^2}{W_0^2} + 3 \alpha_B^2 \frac{M_k^2}{4W_0^2}} \leq \sigma_{D0}$$

$$\sigma_{red} = \frac{1}{W_0} \sqrt{M_0^2 + \frac{3}{4} (\alpha_B M_k)^2} \leq \sigma_{D0}$$

$$M_{0red} = \sqrt{M_0^2 + 0,75 (\alpha_B M_k)^2} \leq \sigma_{D0} W_0$$

2C | 26.1.

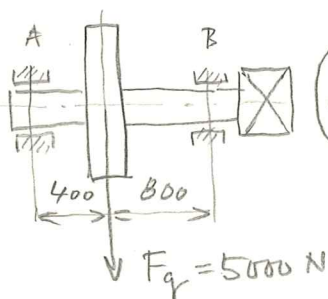
2B,
27.2.96

Du
4.289

2F
12.4.99

- Pozn. 1) σ_{D0} - volíme asi polovičnú reďže v tab. III.
2) Prorádime kontrolu prířbu a úhlu na bodě, zde jsou v předepsané mezích

Příklad.



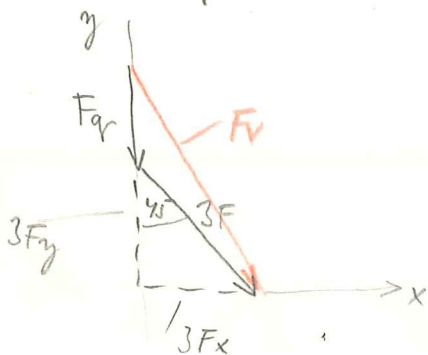
19500, $F = 3000 \text{ N}$, $F_g = 5000 \text{ N}$
 $d = ?$ kontrola $p_0 > p$ losičel
 $\sigma_{D0} = 100 \text{ MPa}$ $k = 2$
 $l = d$

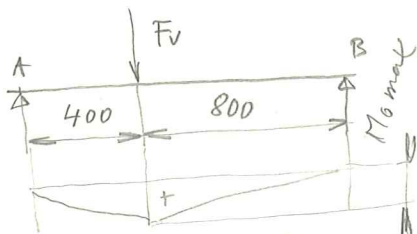
2E | 1.2.

$$M_k = F \frac{D}{2} = 3000 \cdot 500 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$3F_y = 3F_x = 3F \sin 45^\circ = 3 \cdot 3000 \sin 45^\circ = 6363 \text{ N}$$

$$F_r = \sqrt{(3F_x)^2 + (3F_y + F_g)^2} = \sqrt{(8.6363)^2 + (8.6363 + 5000)^2} = 13023 \text{ N}$$





$$F_{R1} \cdot 1200 - F_v \cdot 800 = 0$$

$$F_{RA} = \frac{13023 \cdot 800}{1200} = \underline{\underline{8682 \text{ N}}}$$

$$F_{RB} = \underline{\underline{4341 \text{ N}}}$$

$$M_{0max} = F_{RA} \cdot 400 = 8682 \cdot 400 = \underline{\underline{3,474 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}}$$

$$M_k = \underline{\underline{1,5 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}}$$

$$\alpha_B = 0,859$$

$$\sigma_{D_{0III}}' = c_{III} \sigma_{D_0} = 0,65 \frac{0,7 \cdot 500}{2} = \underline{\underline{114 \text{ MPa}}} \quad k=2$$

$$\text{volúme } \sigma_{D_{0III}} = 75 \text{ MPa} \quad (\text{podle záhad na 82. a 81. položením})$$

$$M_{red} = \sqrt{M_0^2 + 0,75 (\alpha_B M_k)^2} = \sqrt{3,474^2 \cdot 10^{12} + 0,75 \cdot 0,859^2 \cdot 1,5^2 \cdot 10^{12}}$$

$$= 10^6 \sqrt{12,068 + 1,66} = \underline{\underline{3,705 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}} \quad 3,656$$

$$M_{red} = \sigma_{D_{0III}} \cdot W_0$$

$$W_0 = \frac{M_{red}}{\sigma_{D_{0III}}} = \frac{3,705 \cdot 10^6}{75} = 4,94 \cdot 10^4 \text{ mm}^3$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 W_0}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 4,94 \cdot 10^4}{\pi}} = 10^2 \sqrt[3]{\frac{1,58}{\pi}} = 79,52 \text{ mm}$$

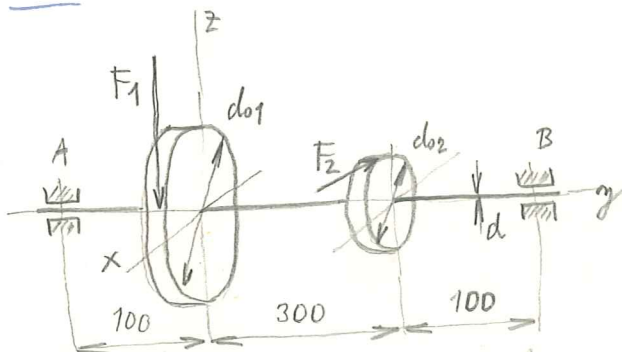
$$\underline{\underline{d = 80 \text{ mm}}}$$

Kontrola tlaku v ložiskách:

ložisko A je rube zohľadnené

$$p_A = \frac{F_{RA}}{l d} = \frac{8682}{80 \cdot 80} = \underline{\underline{1,356 \text{ MPa}}}$$

Pč.



$$M_k = \frac{P}{\omega} = \frac{7360}{2\pi \cdot 4,16} = 281,59 \text{ Nm}$$

$$= \underline{\underline{2,816 \cdot 10^5 \text{ Nmm}}}$$

$$P = 7,36 \text{ kW}$$

$$n = 4,16 \text{ s}^{-1}$$

$$F_1 \parallel z$$

$$F_2 \parallel x$$

$$d_{01} = 210 \text{ mm}$$

$$d_{02} = 150 \text{ mm}$$

$$\sigma_{D_0} = 50 \text{ MPa}$$

(5. teorije)

$$\underline{\underline{d = ?}}$$

2D/7.2.

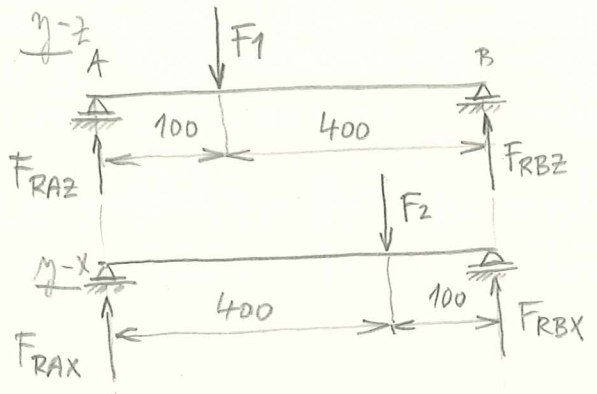
2E/3.2.

2C/2.2.

$$F_1 = \frac{2M_k}{d_{o1}} = \frac{2 \cdot 2,816 \cdot 10^5}{210} = 2,68 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F_2 = \frac{2M_k}{d_{o2}} = \frac{2 \cdot 2,816 \cdot 10^5}{150} = 3,75 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Výpočet reakcí - skládání vektorů:



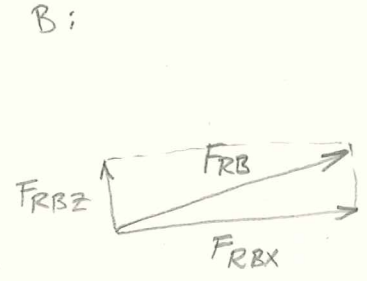
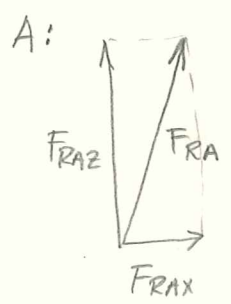
$$F_{RAZ} \cdot 500 = F_1 \cdot 400$$

$$F_{RAZ} = \frac{4}{5} F_1 = \frac{4}{5} \cdot 2,68 \cdot 10^3 = \underline{2144 \text{ N}}$$

$$F_{RBZ} = F_1 - F_{RAZ} = \underline{536 \text{ N}}$$

$$F_{RAX} = \frac{1}{5} F_2 = \underline{750 \text{ N}}$$

$$F_{RBX} = \underline{3000 \text{ N}}$$



$$F_{RA} = \sqrt{F_{RAZ}^2 + F_{RAX}^2} = \sqrt{2144^2 + 750^2} = \underline{\underline{2271,4 \text{ N}}}$$

$$F_{RB} = \sqrt{F_{RBZ}^2 + F_{RBX}^2} = \sqrt{536^2 + 3000^2} = \underline{\underline{3047,5 \text{ N}}}$$

$$M_{o1} = F_{RA} \cdot 100 = 2271,4 \cdot 100 = 2,271 \cdot 10^5 \text{ Nmm}$$

$$M_{o2} = F_{RB} \cdot 100 = 3047,5 \cdot 100 = 3,047 \cdot 10^5 \text{ Nmm}$$

Řešení nosníku třeťtříne a odhadneme místo max. momentu

$$M_{ored} = \sqrt{M_{o2}^2 + 0,75(\alpha_B \Gamma_k)^2} =$$

$$= \sqrt{3,047 \cdot 10^{10} + 0,75 \cdot 2,816^2 \cdot 10^{10}} =$$

$$= 10^5 \sqrt{9,284 + 0,75 \cdot 7,929} =$$

$$= 10^5 \sqrt{15,23} = \underline{\underline{3,9 \cdot 10^5 \text{ Nmm}}}$$

$$\alpha_B \doteq 1$$

obj. III
ker. III

$$\alpha_B = \frac{c_{III} \cdot b_{00}}{\varphi \cdot l_{ok} \cdot c_{III}}$$

$$\alpha_B \doteq 1$$

2E/7.2.

$$W_o = \frac{M_{ored}}{b_{00}} = \frac{3,9 \cdot 10^5}{50} = 7,8 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 W_o}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 7,8 \cdot 10^3}{\pi}} = 10 \sqrt[3]{79,45} = 42,9 \text{ mm}$$

$$d = 43$$

volně d = 45 mm

2C/3.2.

VZPĚRNÁ PEVNOST

V praxi jsou případy s labilním porrovačným stavem 4.286
 Řešení je ^{ne} těžší stavit posuvně a z hlediska pevnosti,
 ale pro podmínky, kdy dojde k porušení stabilnímu $2F$
 $\alpha_B = 0,86$
 4.154

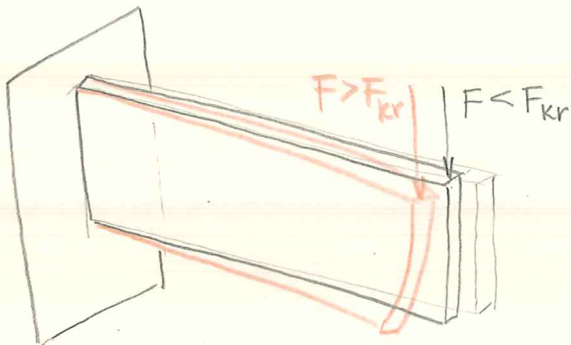
Euler v r. 1744 našel labilní stav prutu

- Krátký silný prut při roztáhnutí je rovinná stabilní stav. (krátký prut se roztáhne)
- Dlouhý slabý prut ~~se~~ při roztáhnutí vybočí navíc porrovača indiferentní. Nemá rovno-
vážnou polohu. (sila nepřítel v ideální ve, ropeť není porrovač! Pokus
porrovač, material není konvergen)
K vybočení dojde, je-li při roztáh kritická síla

F_{kr} - Eulerova síla kritická

Je to síla na mezi vzpeřné pevnosti.

Krátký prut se zlomí, konvergen ohne



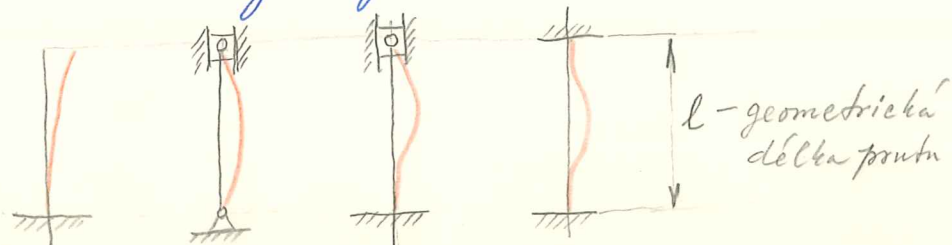
Vybodění - zhracení
 konstrukce ovl. u ten žel
leh žel konstruk,
 které při vzpeř na
ohb mají dobrou
bezpečnost.

Do meze úměrnosti - oblast pružného vzpeř

Dojde-li k porušení - oblast nepřužného vzpeř

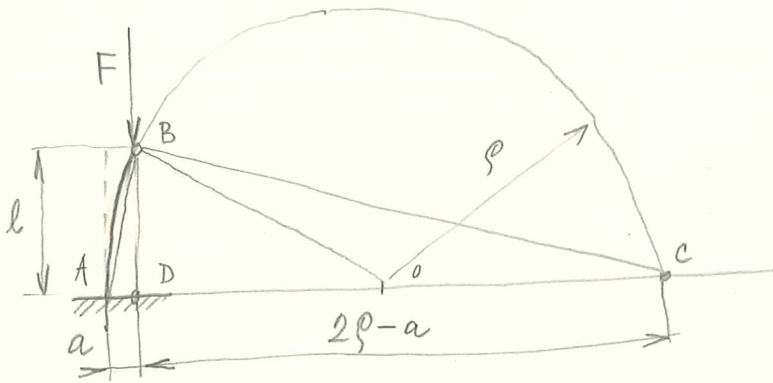
OBLAST PRUŽNÉHO VZPĚRU

- Pokus: - Kritická síla je nepřímě úměrná l^2
 - Kritická síla je přímě úměrná tuhosti EJ
 - Ro hodnot je úměrná konci prutu



Eulerova rovnice

Předpoklad, že při malém ohybu a malém vjeřlu se prout ohýbá v kruhovém oblouku



$$\rho = \frac{EJ}{M}$$

$$M = F \cdot a$$

$$\rho = \frac{EJ}{Fa} \Rightarrow F$$

$$F = \frac{EJ}{\rho a}$$

2B
29.2.96
2D/9.2.

3 podobnosti: $\triangle ABD$ a BCD , když $\overline{AB} = \overline{BD} = l$

$$a : l = l : (2\rho - a)$$

$$l^2 = a(2\rho - a)$$

$$l^2 = 2a\rho - a^2$$

$$l^2 = 2a\rho$$

$$a = \frac{l^2}{2\rho}$$

pro velmi malé
a můžeme $a^2 \approx 0$

Dosa zením do

$$F = \frac{EJ}{\rho a} = \frac{EJ}{\rho \frac{l^2}{2\rho}} = \frac{2EJ}{l^2}$$

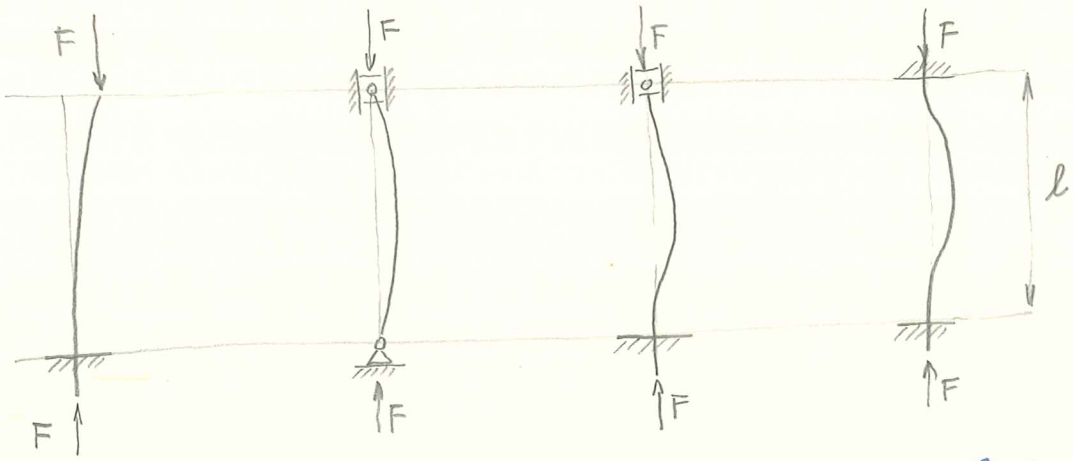
Pro uložení prutu (jeden konec volný, druhý upevněný)
vodorůž Euler rovnici

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ}{4l^2}$$

Obecně známá Eulerova rovnice

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ}{l_{red}^2}$$

Pro jednotlivé druhy uložení konce prutu máme
 l_{red} (nebo l_0) u sebe v str. 307 a ST str. 66, 67
a vzorce pro F_{kr}



$l_{red} = 2l$	$l_{red} = l$	$l_{red} = \frac{l}{\sqrt{2}}$	$l_{red} = \frac{l}{2}$
$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ}{4l^2}$	$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$	$F_{kr} = \frac{2\pi^2 EJ}{l^2}$	$F_{kr} = \frac{4\pi^2 EJ}{l^2}$

Rozebora:

2C/7.2.

1) Kritická síla nezávisí na σ_{PE} (σ_{Pd}), ale jen na EJ - tuhosti

2) Kritickou sílu zřejmě jen zkontrolujeme, že zbraně se nejlepším způsobem jsou duté profily se stěrami co nejvíce od sebe (přesně na stěrcích) při bambusové, pletle, pletle obilí - nese klas se zrnem. Platí do určité míry zbraně.

3) Vybíjení nastává ve směru J_{min} , proto volíme prout se stejným J ve všech směrech (otáčliv)

2F
15.4.99

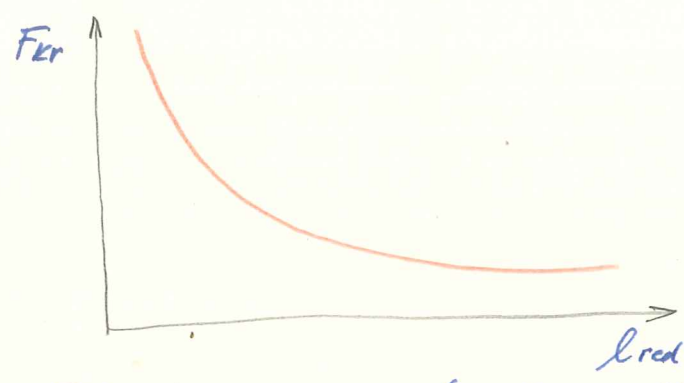
Pozor na uložení - ojnice v jednom směru má uložení kloubové v kolmém směru uložení veldnuté. Ix, Iy musí odpovídat uložení.

4) Do výpočtu dosazujeme délku l_{red} místo skutečné

5) Typy uložení jsou ideální zbraně, ve skutečnosti nelze takto uložení dosáhnout. U každého uložení musíme o uložení rozhodnout zvlášť.

Platnost Eulerovy rovnice

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E J}{l_{red}^2} = \frac{E_{konst}}{l_{red}^2} \dots \dots \text{rovnice hyperboly}$$



Učebnice str. 310
Tab. XXII

Z diagramu vidíme, že pro dlouhé pruty je síla velmi malá, pro velmi krátké síla velmi vysoká. Praktická oblast vyznačitelnost vypočtu leží mezi krajními hodnotami.

Stále se pohybujeme v oblasti Hookeova zákona až do meze úměrnosti ... σ_u .

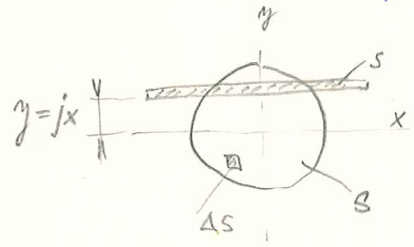
Výsledek vyznačíme napětí v slabině

$$\underline{\underline{\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{S} \leq \sigma_u}} \quad \text{kritické napětí - napětí na mezi kritické přeměny}$$

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{S} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{l_{red}^2 S}$$

když $J = \sum \Delta S y^2$

Zavedeme pojem j - poloměr kvadratického momentu



$$y = jx = konst$$

$$J_{min} = \sum \Delta S y^2 = S j^2$$

$$\underline{\underline{j_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{S}} \text{ [mm]}}}$$

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{l_{red}^2 S} = \frac{\pi^2 E j_{min}^2}{l_{red}^2} =$$

$$\lambda = \frac{l_{red}}{j_{min}} \text{ - střed prutu}$$

$$= \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_u \Rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_u}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_u}}$$

20/14.2.

2 B
4.3.96

$\lambda = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \geq \lambda_m \dots \text{mezni pohlid}$
 $\lambda \geq \lambda_m$
 λ_m - je zavisla na materialu (E, σ_y)
 L je puvic pro dvostrane σ_y pro $\sigma < \sigma_y$ pluk' $> \lambda_m$

λ namozranjel hodnot je postavena tabulka - ud. str. 312

2E | 8.2.

MATERIAL	λ_m
Drevo	100
bedalutina	80
nbl. ocel	90 ÷ 105
nkl. ocel (5% Ni)	86
pruho. ocel	60

Material: drevo, beton - se mezdici Hookeovym zakonom, ale vjprdet a hodnoty proudivatne ptefrc.

Reseni prutu v oblasti proudivneho vzporu podle Eulera

1) Navorhoj vjprdet $\lambda \geq \lambda_m$

Provozni zatizeni $F = \frac{F_{cr}}{k}$

k volime:

- ojnice spalovatel motoru ... $k = 7 \div 15$
- ojnice pristupel Serpadel ... $k = 20 \div 40$
- prutove kovst. - ocelove ... $k = 2 \div 3$
- lutinove ... $k = 5 \div 6$
- drevedne ... $k = 2,5 \div 8$

¶ Kdyz pro danou konstrukci platí norma pak volbu k provedeme podle této normy.

$F = \frac{\pi^2 EJ}{k l_{red}^2} \Rightarrow J_{min} = \frac{F k l_{red}^2}{\pi^2 E}$

Zjistime zda $\lambda \geq \lambda_m$

lgy v udebnici

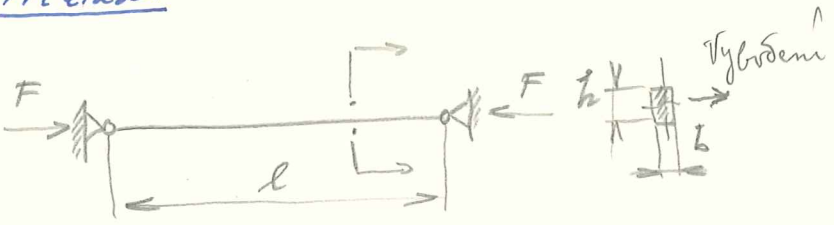
2) Výpočet únosnosti - kontrola

j_{min}

$\lambda \geq \lambda_m$

Pak počítáme podle Eulera

Příklad:



- $l = 200 \text{ mm}$
- $k = 4$
- $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
- $\lambda_m = 100$
- $b = 5 \text{ mm}$
- $h = 20 \text{ mm}$
- $F = ?$

$J_{min} = \frac{1}{12} b^3 h$

$j_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{S}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{12} b^3 h}{bh}} = \frac{b}{\sqrt{12}} = \frac{5}{\sqrt{12}} = 1,443 \text{ mm}$

$\lambda = \frac{l_{red}}{j_{min}} = \frac{200}{1,443} = 138,6$

$l_{red} = l$

$\lambda > \lambda_m$ - počítáme podle Eulera

pro kloubové upevnění

$F_{max} = \frac{F_{kr}}{k} = \frac{\pi^2 E J}{k l_{red}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 5^3}{12 \cdot 4 \cdot 200^2}$

$= 2698,7 \text{ N}$ (5,38 pytle cementu)

2E/14.2.

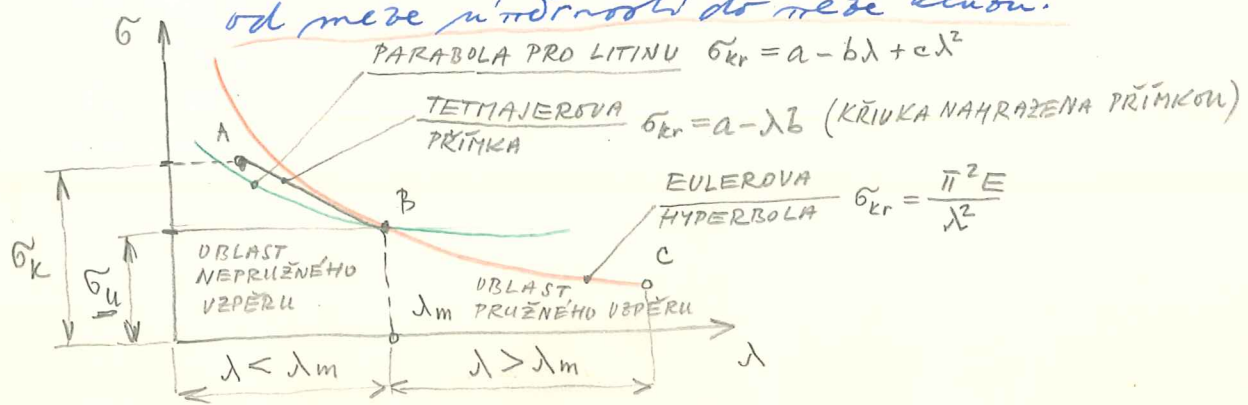
du
41.301
4.313

2D/15.2.

Oblast nepružného vzpěru

Několik teorií pružnosti, které jsou ověřovány pokusy. Budeme používat TETMAJEROVA rovnici, která platí vždy pro konkrétní materiál. (je jiná)

Tetmajerova rovnice je rovnice přímky a platí od meze pružnosti do meze kloubov.



Pro litinu má rovnice tvar $\sigma_{kr} = a - b\lambda + c\lambda^2$

TETMAJEROVA přímka $\sigma_{kr} = a - b\lambda$

Konstanty a, b jsou uvedeny v tab. XXIV n.s. str. 316

Prove, ať se u litiny!

Příklad:

11370 $\sigma_{kd} = -240 \text{ MPa}$ $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

mez úst. $\sigma_u = -205 \text{ MPa}$ NEPRUŽNÝ VZPĚR

z Tab. XXIV ... $\sigma_{kr} = 289 - 0,82\lambda$

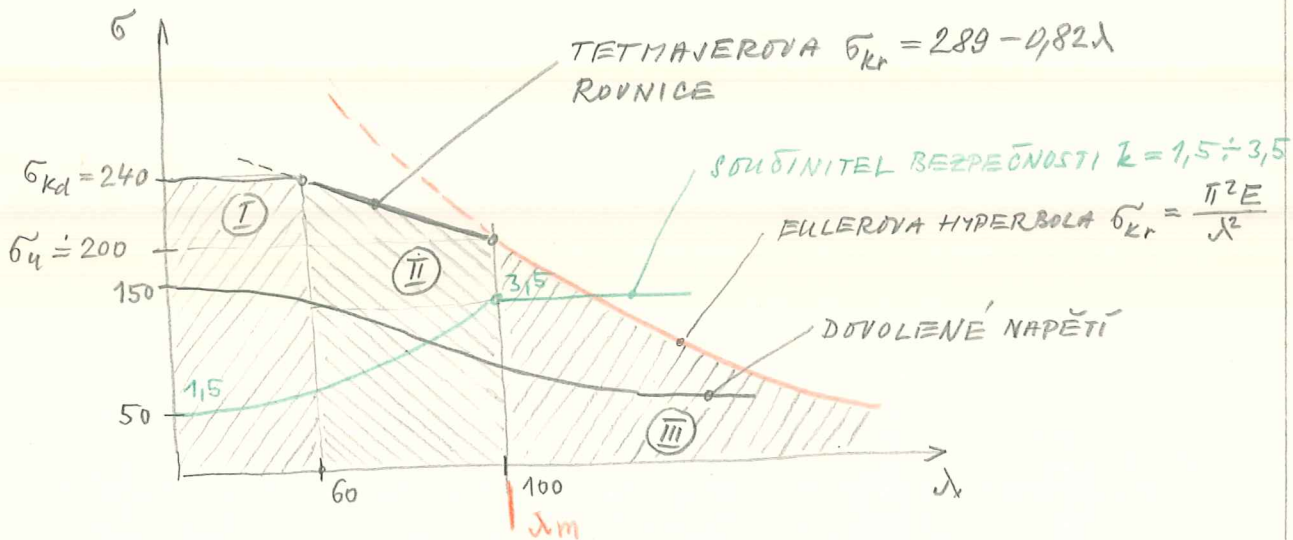
Spodní hranice platnosti T. rovnice $\sigma_{kr} = \sigma_{kd}$

$\lambda = \frac{289 - 240}{0,82} = \underline{\underline{60}}$

Horní hranice podle E

$\lambda_m = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_u}} = \pi \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5}{205}} = \pi \sqrt{1024,4} = \underline{\underline{100,55}}$

Zobrazení v grafu $\sigma - \lambda$ PRO KONKRETNÍ MATERIÁL 11370°



OBLAST I: Krátké prvky. K totální deformaci dojde ještě před porušením stability. Prvky podléhají na TLAK

OBLAST II: Nejnebezpečnější oblast. Vzhledem k nastavení ~~je~~ je dvojnásobná mez úst. v sáti. Vlastně je oblast plastická. Výpočet podle TETMAJERA

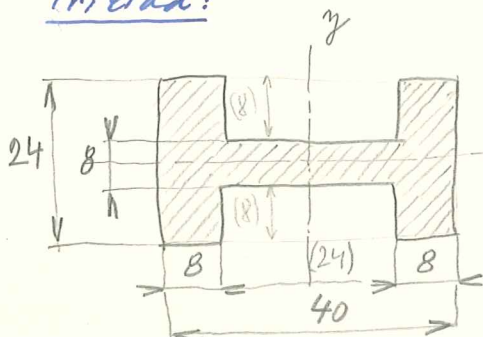
OBLAST III: Velmi tlusté prvky, které se porouší dříve než stability. Napětí je nižší než mez úst. v sáti. Výpočet podle EULERA

Výpočet podle TETMAJERA

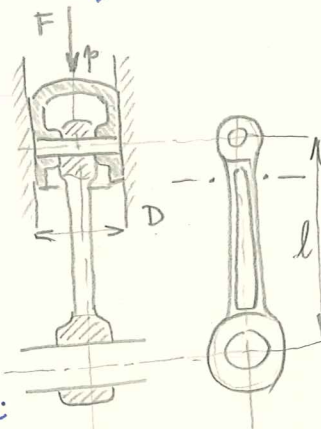
$$F_{kr} = \sigma_{kr} \cdot s = s(a - \lambda b)$$

$$F = \frac{\sigma_{kr} \cdot s}{k} = \frac{s(a - \lambda b)}{k} \quad [N] \quad \text{Dovolené zatížení}$$

Příklad:



Ojnice motoru z 11500



$$l = 300 \text{ mm}$$

$$D = 100 \text{ mm} - \phi \text{ pístu}$$

$$p_{max} = 3,5 \text{ MPa} - \text{tlak na píst}$$

$$k = 2$$

Síla působící na ojnici

$$F_{max} = \frac{\pi D^2}{4} p_{max} = \frac{\pi \cdot 100^2}{4} \cdot 3,5 = \underline{\underline{27488 \text{ N}}}$$

Kontrola v rov. polohu

$$s = 40 \cdot 24 - 24 \cdot 16 = 576 \text{ mm}^2$$

$$J_y = \frac{1}{12} 24 \cdot 40^3 - \frac{1}{12} 16 \cdot 24^3 = \frac{1}{12} (1536000 - 221184) = \\ = 109568 \approx 11 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$j_y = \sqrt{\frac{J_y}{s}} = \sqrt{\frac{11 \cdot 10^4}{576}} = 13,81 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{l_{red}}{j_y} = \frac{300}{13,81} = \underline{\underline{21,8}}$$

v rov. x je kloubové uložení $l_{red} = l$ pro II 2C | 14. 2.

Pro ocel $\lambda_m = 90 \div 105$ - tab. XXIII n. s. str. 312

$\lambda < \lambda_m$ - výpočet podle TETMAJERA

$$\sigma_{kr} = 335 - 0,62 \lambda = 335 - 0,62 \cdot 21,8 = 321,5 \text{ MPa}$$

$$F_{cr} = s \cdot \sigma_{kr} = 576 \cdot 321,5 = \underline{\underline{185184 \text{ N}}}$$

$$k = \frac{F_{cr}}{F_{max}} = \frac{185184}{27488} = \underline{\underline{6,74}} \quad \text{je to vzhledně k}$$

Což je lepší pod doporučenou hranici na str. 313 n. s. ... $k = 7 \div 15$