

# NAUKA O PRUŽNOSTI A PEVNOSTI

## ZÁKLADNÍ POJMY:

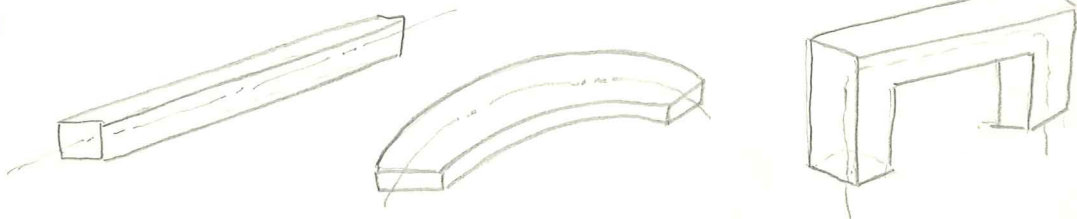
Náplň přednášky - dimenzování součástí.

### Prvky konstrukce

- 1) Prut
- 2) Deska
- 3) Skřepina

- a) Návrh
- b) Kontrola
- c) Únosnost

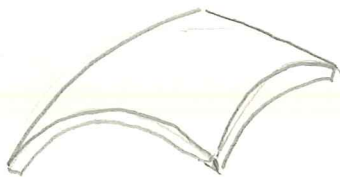
ad 1)



ad 2)



ad 3)



### Působení sil na těleso:

Těleso nemá ideálně rovnou a působením sil nastává jeho deformace.  $\leftarrow$  pružná  $\leftarrow$  plastická - přetržení

- Deformace závisí na geometrii tělesa a na jeho fyzikálních vlastnostech

Tři hlediska: statická  
geometrie  
fyzikální

Deformace: - (podusnutí tělesa ze síly tlaku)  
prožár

- a) prodloužení (stlačení)
- b) zhoš

# Prodlouzení $\Delta l$ (středem)

Tři stejné síle budou mít rovnou dlouhé pruty různé prodloužení. Jaké srovnatelnou hodnotu zvažujeme

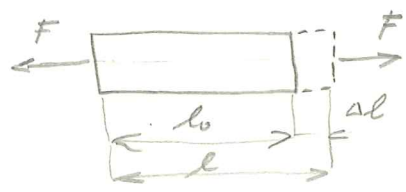
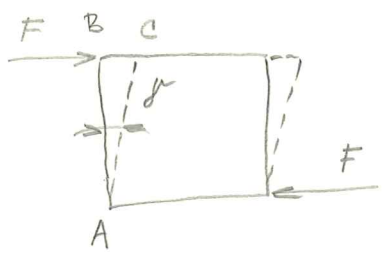
POMĚRNÉ PRODLOUŽENÍ

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} [-] \left[ \frac{\text{mm}}{\text{mm}} \right] \Delta l = l - l_0$$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100 [\%]$$

výhled délky  
získaná délka

## Zkos $\gamma$



$$\gamma = \frac{BC}{AB} [-] \text{ (získaná / původní délka)}$$

## VNEJŠÍ A VNITŘNÍ SÍLY

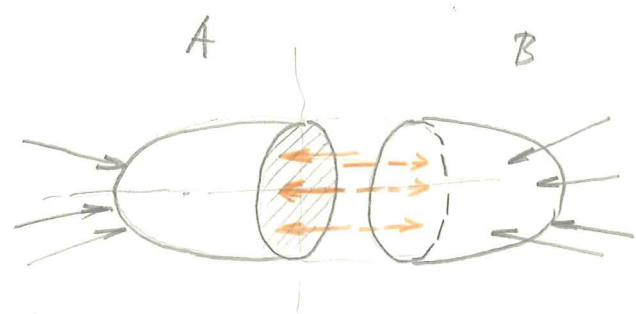
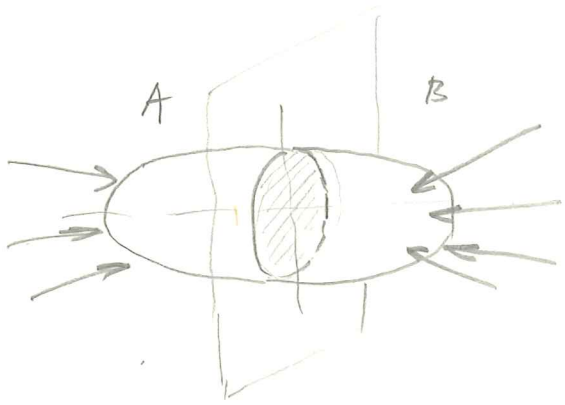
Vnější síly — a) zatížení, reakce atd. (vita, směr)  
b) síly vázané na hmotu — gravitace  
převodné, odštědivé atd.

Vnitřní síly jsou výsledky vnějšími silami  
— těleso pevně vázané vnějšími silami  
srou poudravnosti a pružnosti  
(izotropní a homogenní materiál  
— předpoklad)

Vnitřní síly vznikají pomocí Newtonova  
zákonu (třetího) principu akce a reakce  
a to pomocí vnitřních sil.

## Řešení pomocí METODY ŘEZU

princip je matematické Euler  
viz. obrázek



- Vzájemné působení částí A, B na sebe.  
(vnitřní síly - projev periodů a nebo současných materiálů)
- Pro část A (i B) platí, že vnitřní síly jsou v rovnováze s vnitřními silami.

Platí zde pravidla statické:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 & \sum M_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 & \sum M_y &= 0 \\ \sum F_z &= 0 & \sum M_z &= 0 \end{aligned}$$

Slovní  
postup

2A  
5. 9. 2000

- Když můžeme vyčíst vnitřní síly pomocí vnitřních sil podle pravidel statické, pak je tělo staticky urditelné.

Neznáme však rozložení vnitřních sil po ploše myšleného řezu, k tomu musíme brát jako se těleso silami deformuje.

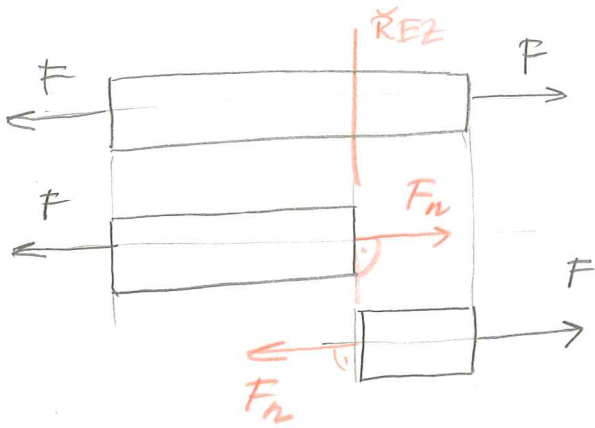
Obecně platí:

úsilí je výslednice vnitřních sil - odpovídá vnitřní síle

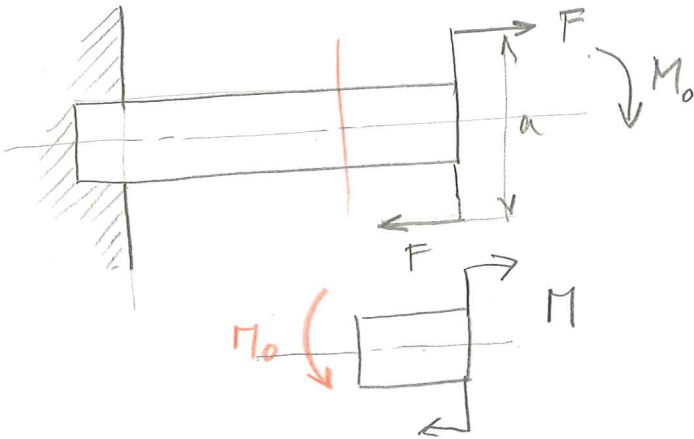
Vnitřní moment - odpovídá vnitřní moment

Dvojitý vnitřní síle - odpovídá moment vnitřní síle (dvojitě)

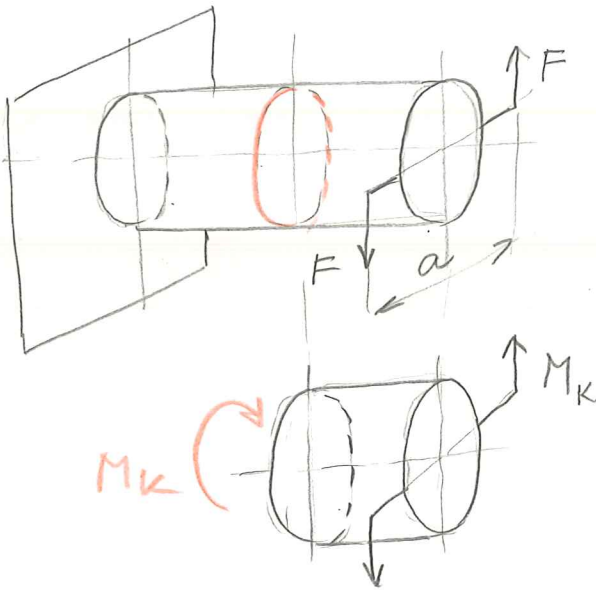
Několik příkladů použití metody řezu.



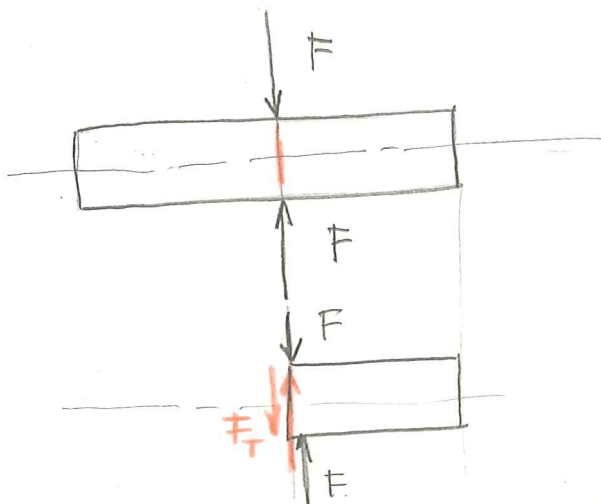
Prostý tah  
(tlak)  
nakreslit



Prostý ohyb



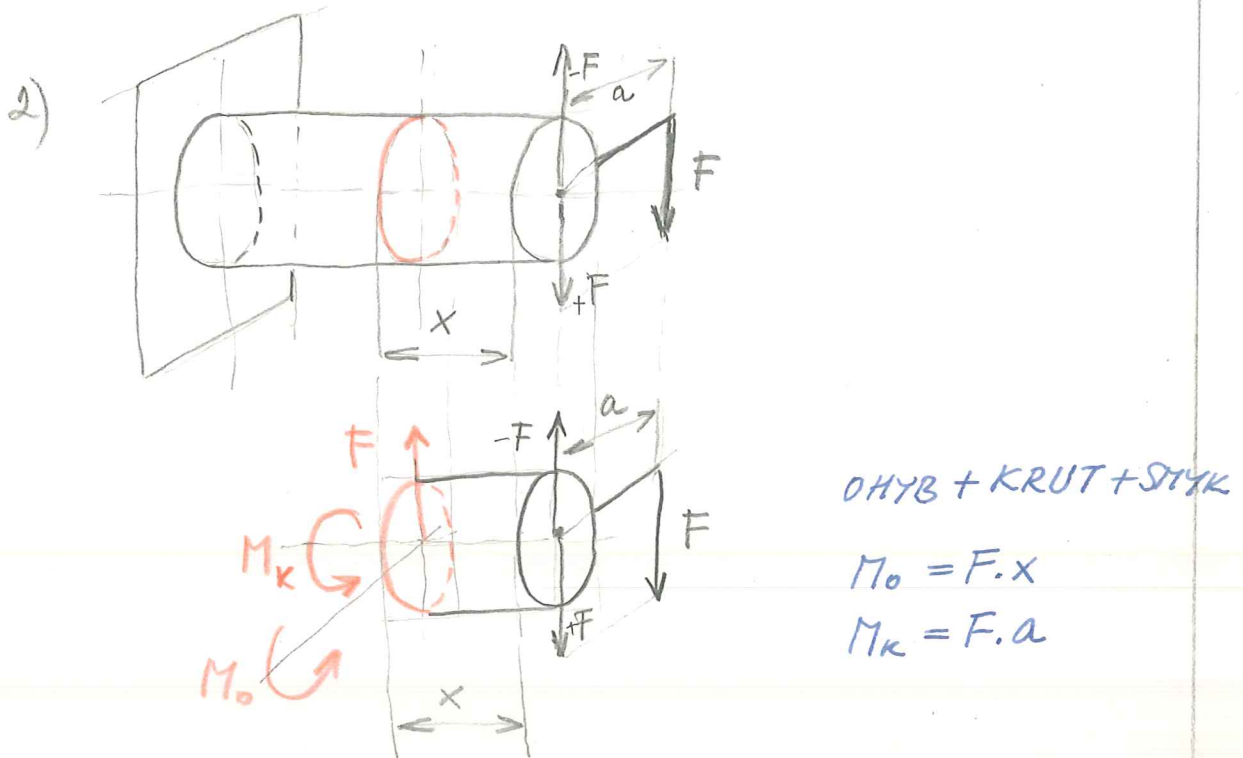
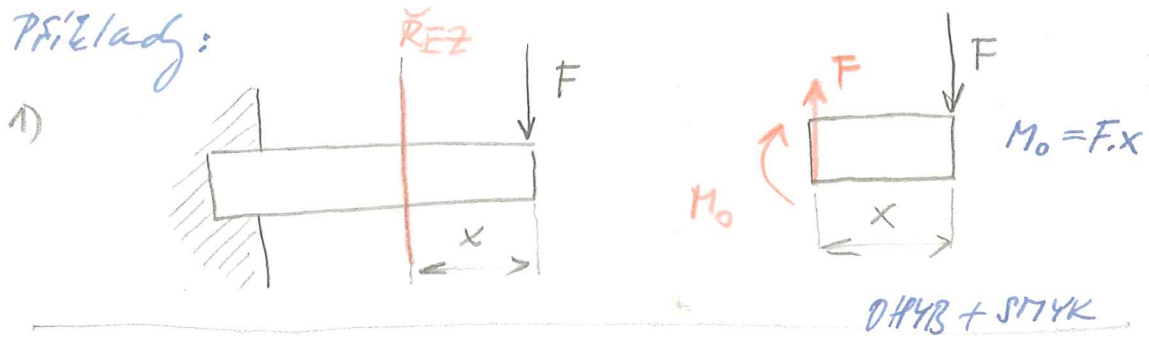
Prostý krut



Prostý smyč  
(kříž)

Většina namáhání jsou namáhání kombinovaná. - SLOŽENÁ NAMÁHÁNÍ

Příklady:



## ŘEŠENÍ ÚKOLŮ PRUŽNOSTI A PEVNOSTI

Postup:

- Uvolnit těleso, zadržet vazebné síly a vyřešit je **STATIKA**
- Vést řez v místě, které chceme řídit
- Počítat jednoduše (ne nejjednodušeji)
- Na hraně působení odvíjet síly na počítanou část
- Vyřešit geometrickou zátěžovou stavu (deformace)

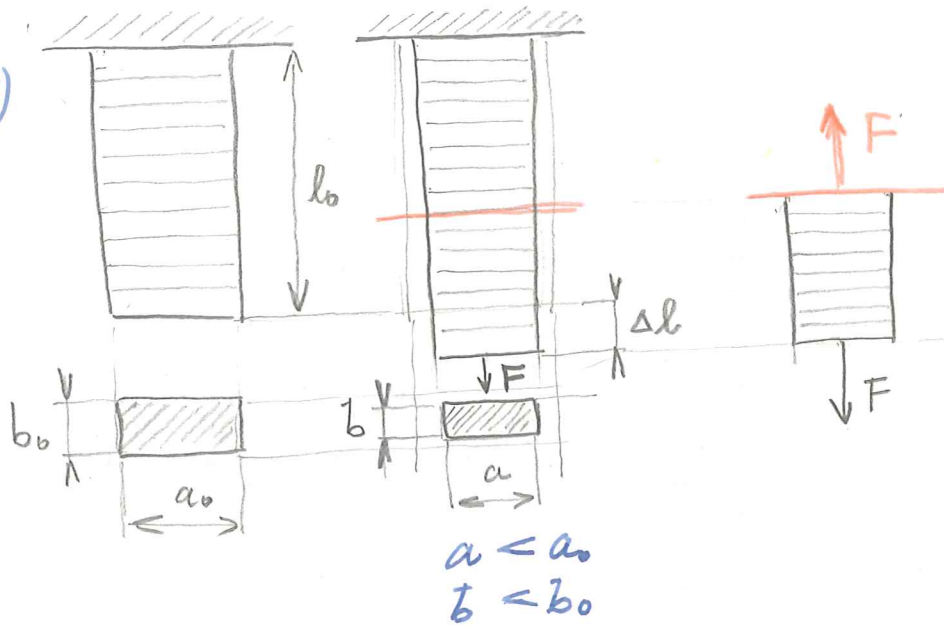
2.A  
7.9.2000

2A (1-2h)  
2.9.99

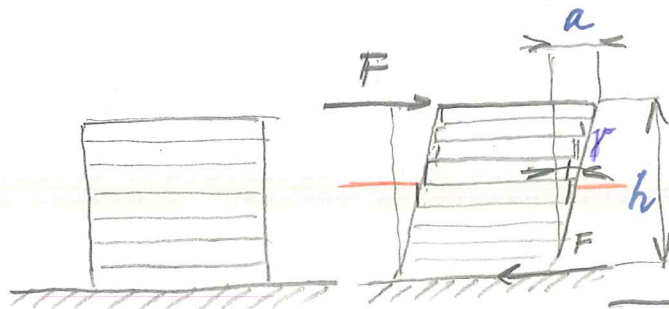
6

Barádné předpoklady - ROVINNOST DEFORMOVANÝCH PRŮŘEZŮ SE ZACHOVÁVÁ

TAH  
(TLAK)

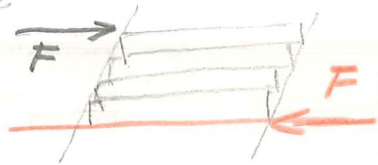


SMYK

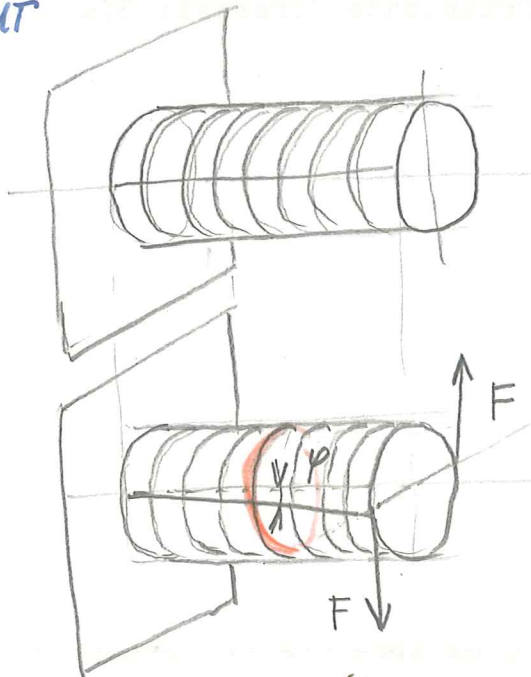


ZKOS

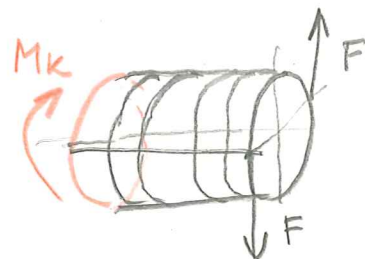
$$\tan \gamma = \frac{a}{h}$$

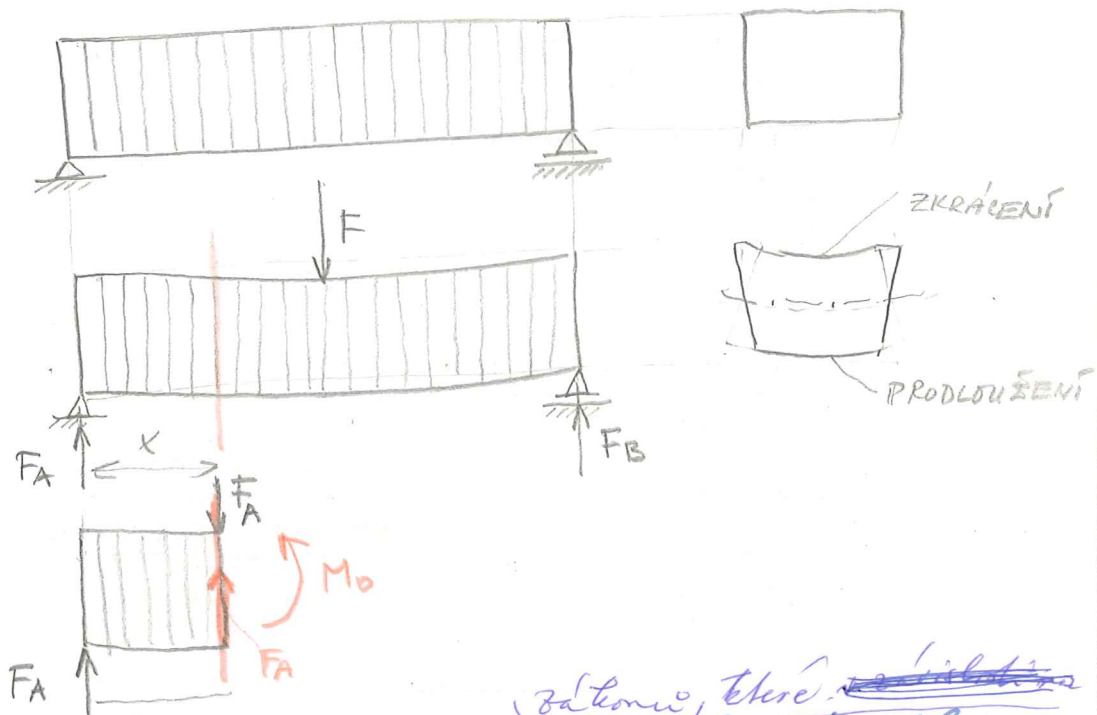


KRUT



SLOUPEK Z MINCÍ  
TOMŮČKA

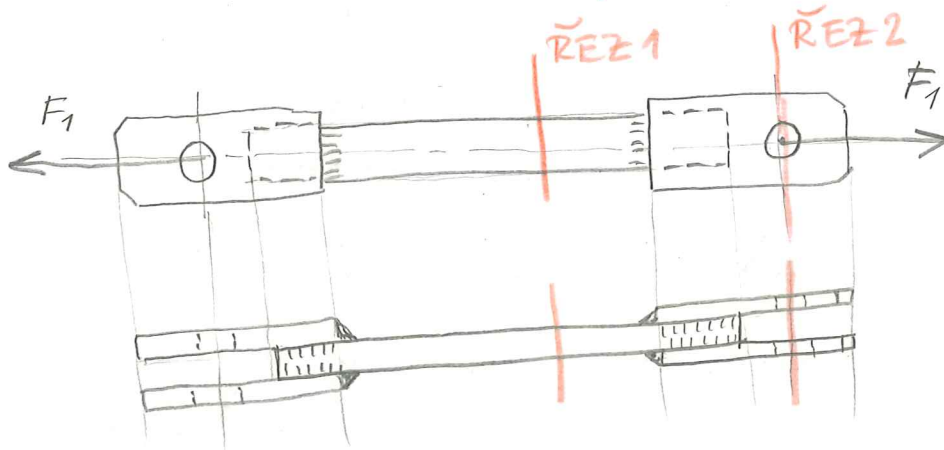




- f) Použití fyzikálních vlastností <sup>zákonů, které</sup> ~~materialu~~ <sup>materialu</sup> vyjadřují závislost mezi silami a deformací, (HOOKEŮV ZÁKON)
- g) Určit měřicí, které vyvolají na zatížené součásti síly a momenty vředních a unitálních síl.

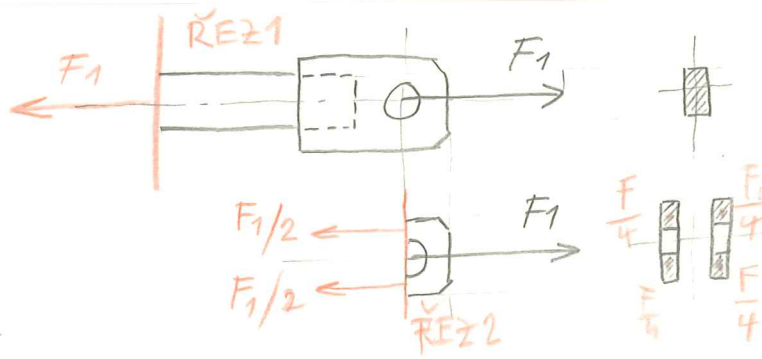
Příklad: Aplikace bodů a) až g) na konstrukční příklad Ahla 5.5 dříve probírané dvoušrotové brady.

Konstrukční provedení - ušetřete  
TEK 1 str. 136 d) Tab. 28



2A (3)  
3.9.99

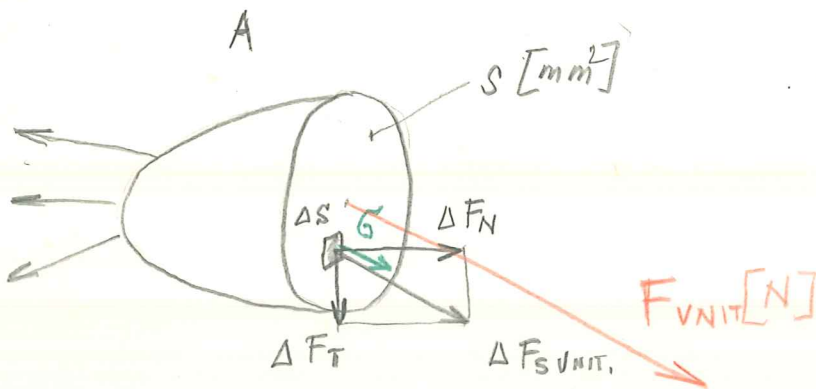
Příklad brady  $F_1 = \underline{\underline{2272\text{ N}}}$



2A  
8.9.2000

## NAPĚTÍ - INTENZITA VNITŘNÍCH SIL

Obecné řešení - metoda řezu



Intenzita napětí

$$\frac{\Delta F_{SVNIT.}}{\Delta S} = \sigma \quad [N \cdot mm^{-2}]$$

Napětí má směr výslednice vnitřní síly!  
Jednotkou napětí: PASCAL - Pa = N · m<sup>-2</sup> je

to velmi malá jednotka proto zavádíme

$$\underline{\underline{1 MPa = 10^6 Pa}}$$

$$\underline{\underline{1 N \cdot mm^{-2} = 1 MPa}}$$

Napětí v bodě .....  $\Delta s \rightarrow 0$   
se blíží

$$\sigma = \frac{\Delta F_s}{\Delta s}$$

Sílu  $\Delta F_s$  rozdělíme na složku normálovou  $\Delta F_N$   
a tečnou  $\Delta F_T$ .

Každá složka způsobuje napětí:

- normálová  $\Delta \sigma = \frac{\Delta F_N}{\Delta s} \text{ [N} \cdot \text{mm}^{-2} \text{] [MPa]}$

normálové napětí

- tečná  $\Delta \tau = \frac{\Delta F_T}{\Delta s} \text{ [N} \cdot \text{mm}^{-2} \text{] [MPa]}$

tečné napětí

Normálové napětí - působí přelata se brání  
odcházení v rov. řezu

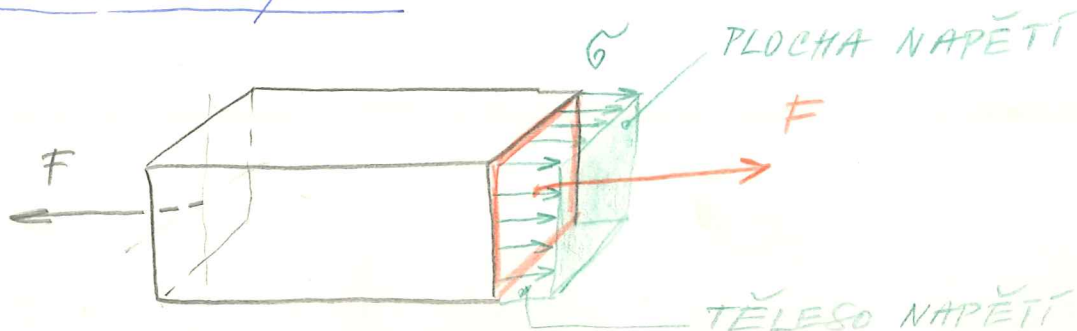
Tečné napětí - působí přelata se brání  
posunutí proti sobě v rov.  
řezu

Předpokládáme jsme materiál homogenní  
a izotropní, můžeme psát:

$$\sigma = \frac{\sum \Delta F_N}{\sum \Delta s} \quad \dots \quad \boxed{\sigma = \frac{F_N}{S}} \quad \begin{matrix} \text{[MPa]} \\ \text{[N} \cdot \text{mm}^{-2}] \end{matrix}$$

$$\tau = \frac{\sum \Delta F_T}{\sum \Delta s} \quad \dots \quad \boxed{\tau = \frac{F_T}{S}} \quad \begin{matrix} \text{[MPa]} \\ \text{[N} \cdot \text{mm}^{-2}] \end{matrix}$$

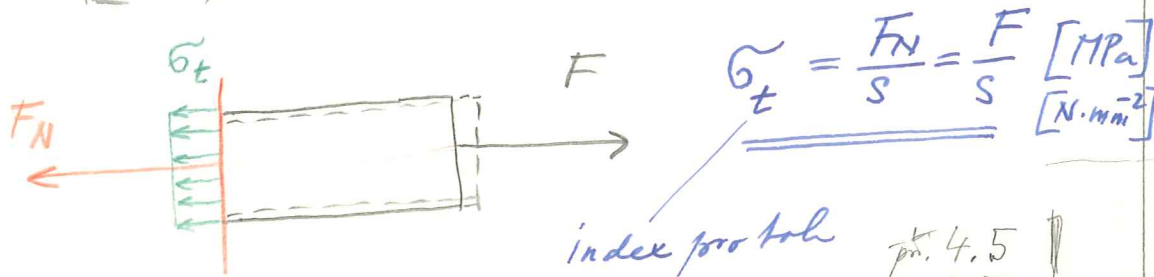
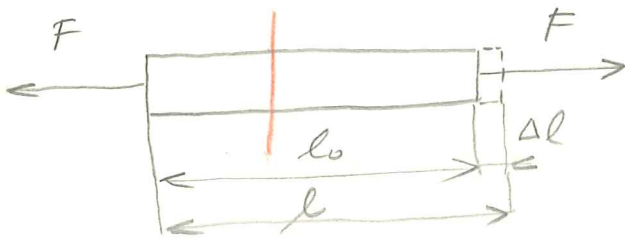
Zobrazení napětí:



# ZÁKLADNÍ DRUHY NATAHÁNÍ

Částečné opakování předchozího výkladu

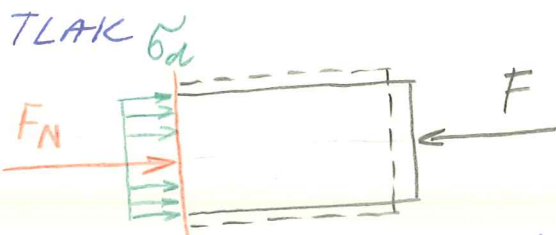
## 1) NATAHÁNÍ TAHEM (TLAKEM)



$$\sigma_t = \frac{F_N}{S} = \frac{F}{S} \left[ \frac{\text{MPa}}{\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}} \right]$$

2A (4)  
6.9.99

index pro tah  $\frac{h}{a} \begin{matrix} \text{př. } 4,5 \\ 4,7 \end{matrix}$  !

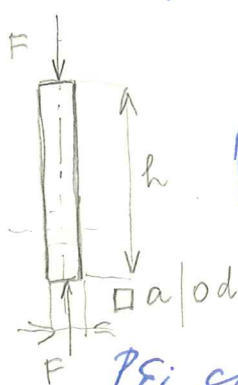


TLAK  $\sigma_d$

$$\sigma_d = \frac{F_N}{S} = \frac{F}{S} \left[ \frac{\text{MPa}}{\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}} \right]$$

index pro tlak

U tlaku musíme provést kontrolu, zda nejde o vzper (délka prutu  $h$ )



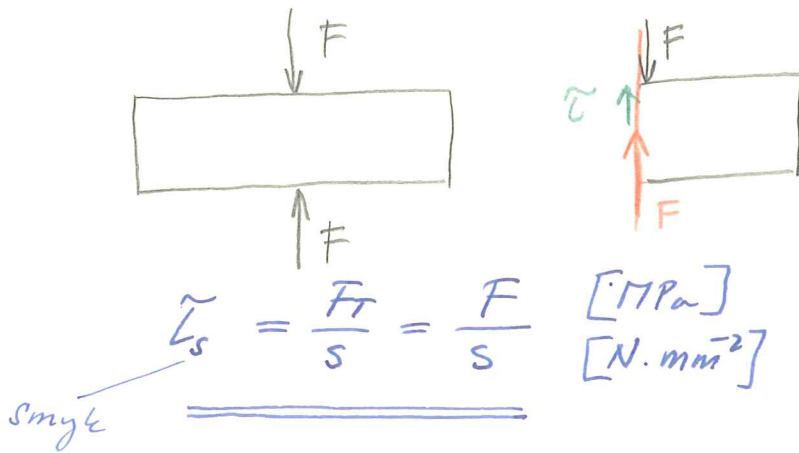
	OCEL	LITINA
$\square a$	$\frac{h}{a} < 5,8$	$\frac{h}{a} < 2,9$
$\phi d$	$\frac{h}{d} < 5$	$\frac{h}{d} < 2,5$

Při splnění uvedených podmínek je ta malá tlakem TLAKEM jinak je to natižení na VZPĚR

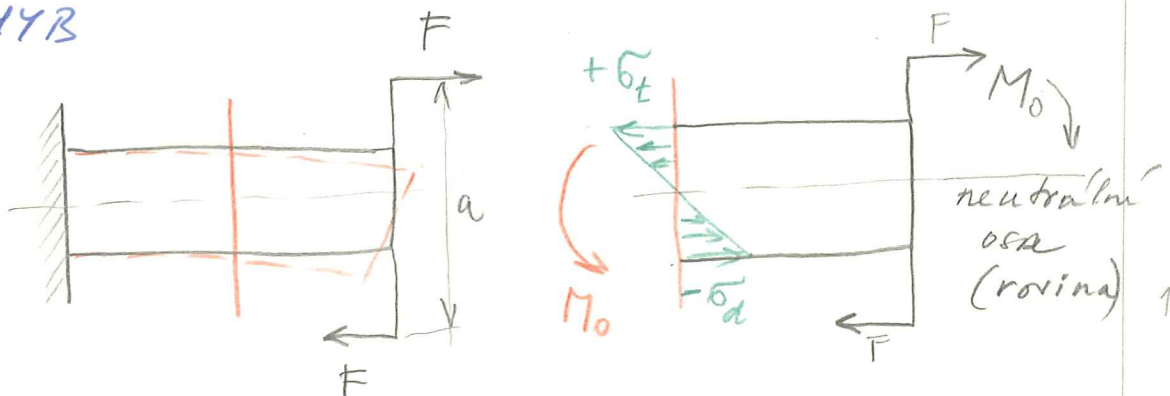
Tlakové napětí v strojních dílech se vyskytuje  
 - málo. V železném materiálu bechtýřil -  
 - litina. V stavebnictví provádějí základy - beton  
 - úlevní při přehradě

2A  
11.9.200

## 2) NAMÁHÁNÍ SMYKEM (STRÍHEM)



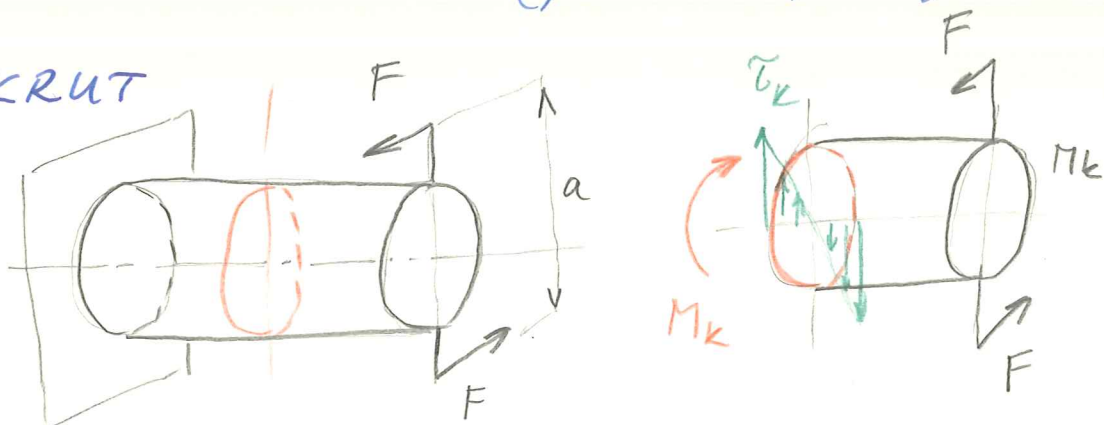
## 3) OHYB



$$\text{NAPĚTÍ} = \frac{\text{OHYBOVÝ MOMENT}}{\text{CHARAKTERISTIKA PRŮŘEZU}}$$

(proberena prodeřu)

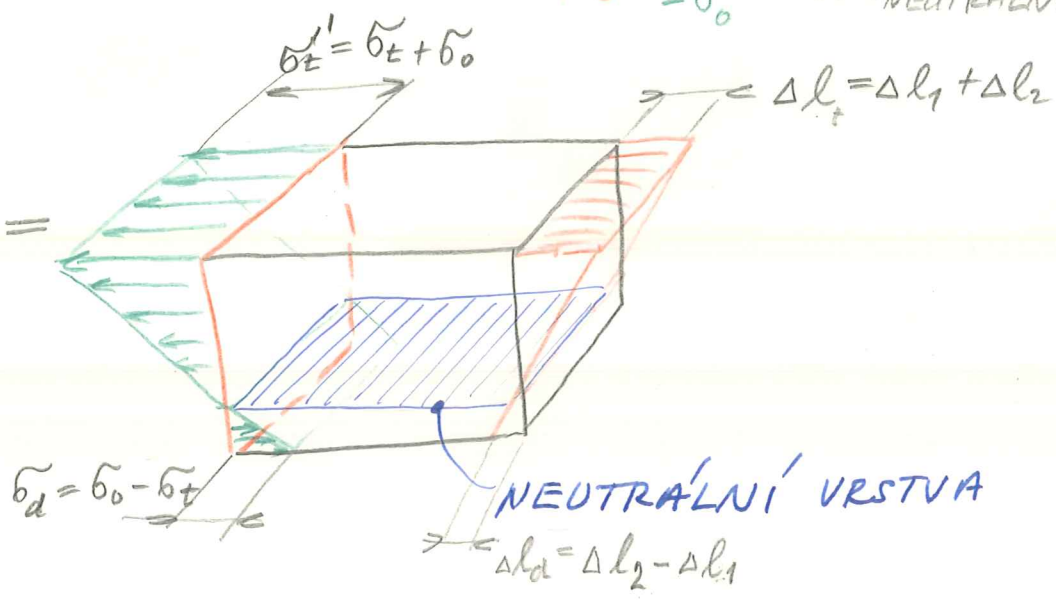
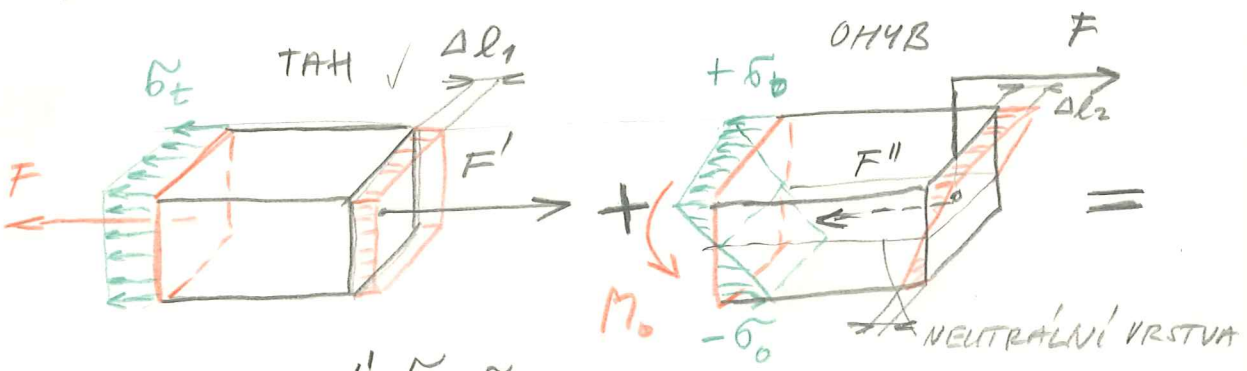
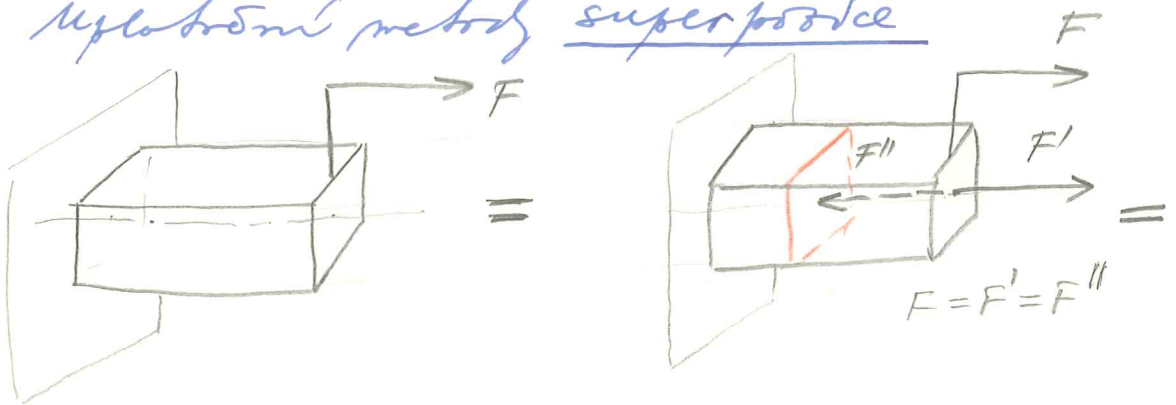
## 4) KRUT



$$\text{NAPĚTÍ} = \frac{\text{KROUTICÍ MOMENT}}{\text{CHARAKTERISTIKA PRŮŘEZU}}$$

# NAPĚTÍ KOMBINOVANÁ

uplobovní metody superpozice



2A (5)  
7.9.99  
KONTR.  
DH

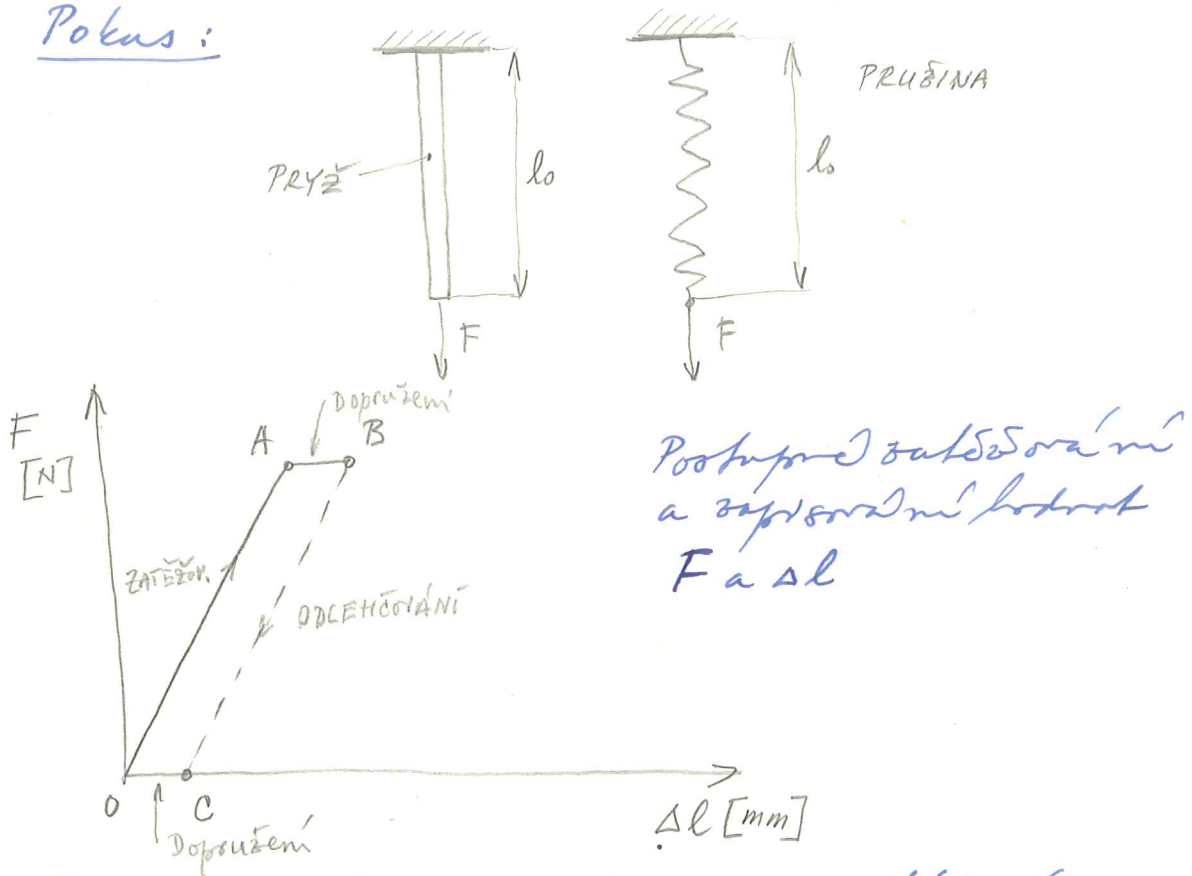
Kombinace osovnic typu rovnoběžný jsou možný v úsečnicích.

Příklady - sčítání!

8. DH<sup>12</sup>

# ZÁVISLOS MEZI ZATÍŽENÍM, DEFORMACÍ A NAPĚTÍM

Pokus:



Postupně zatěžování  
a odpovídající hodnoty  
 $F$  a  $\Delta l$

Prodloužení podle měřiča se zatížením.  
Měřičem v bodě A. Povolím zatížení  
rovněž k bodu, prodloužení podle do bodu B.  
Odlehčím - k pás, vrátí se do bodu C, měřič  
do bodu O. Tam se vrátí až za určitou dobu.  
Bodů A-B a C-O se nazývá dopružení.  
(způsob deformace během času - působením  
vnitřních sil). Dopružení je velké u lan  
a šperků (organického původu)  
U kovů je dopružení velmi malé - zanedbatelné!

Polus popisuje základní zákon pružnosti  
a pružnosti, který v. 1660 stanovil angl. fyzik  
Robert Hooke.

U většiny soustav těsně materiálů  
existuje určitá mez do které je přetvoření  
(deformace) úměrné zatížení.

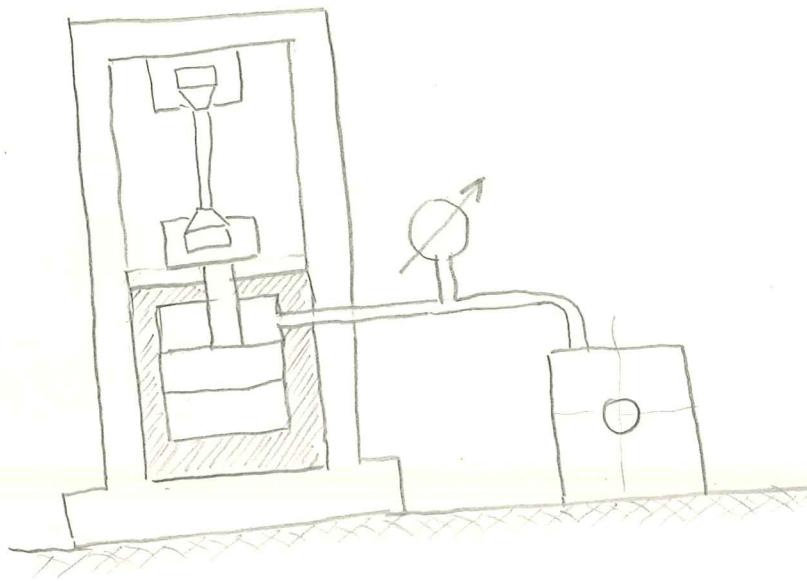
# URČENÍ ZÁKLADNÍCH MECH. VLASTNOSTÍ

## ZKOUŠKA TAHEM A TLAKEM

Pro návrh povrchu strojních součástí musíte brát mechanické vlastnosti materiálu.

Musíte zjistit provedení a standard materiálu.

Tyto vlastnosti zjistíte zkouškou na tahacím stroji str. 49 obr. 45



PROSPEKTY!  
VZOREK TYČE

Naměřené hodnoty vřadíš do diagramu

- závislost deformace, síla

- Hodnoty  $F$  odpovídají velmi pomalu - statická zkušebna

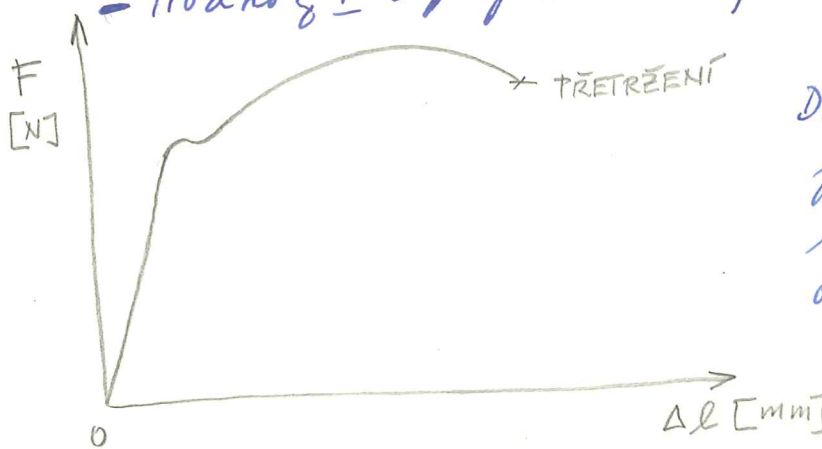


Diagram plotí  
jen pro konstrukční  
účely, else ho  
obecně použít.

Zavádíme tzv.

smluvní napětí

### SMLUVNÍ DIAGRAM

Na příslou osu naměříme  $\sigma_i = \frac{F_i}{S_0}$  — okamžitá napětí

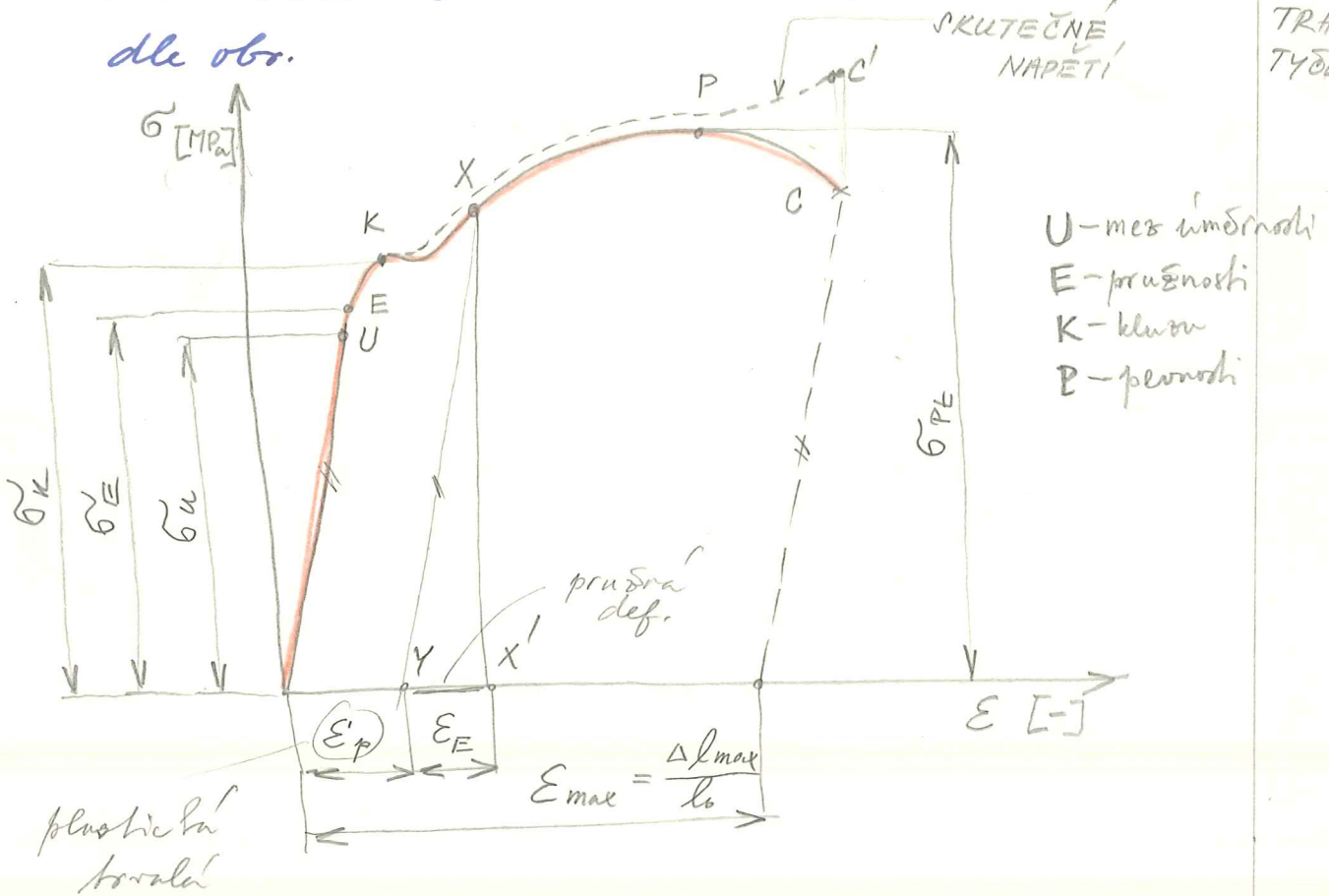
na vhodném místě  $\Delta l$  naměříme  $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$  — výchozí průřez

2A (6)

9.9.99

Zkušební typ je režim vláknitý, ale normalizovaný. Tyč dlouhá  $l_0 = 10d$   
 kratší  $l_0 = 5d$

Pro měření (nízkouhřítkovou) ocel diagram dle obr.



- 1) Lineární závislost platí do meze U úměrnosti  
 $\sigma_y$  - def. průžná, rovnost  $l$  délce  $l_0$
- 2) Mez průžnosti E a  $\sigma_E$  se zjistí při def.  $\Delta l_{TRVALÁ} = 0,005\%$  prodloužení délky  
 (prohřepe mez úměrnosti obtížně zjistíte)  
 • V praxi body E a U splývají, jsou potrošné
- 3) Při datování ořetování podle  $\sigma$  na mez kluzu  $K - \sigma_K$ ,  $l_0$  je rovno  $l_0$ , pevnost "prodloužení" materiálu při konstantní síle,  $\sigma$   $l_0$  i při průhledu síle.

4) Dále podle napětí do maxima  $P - \sigma_{PE}$   
a v bodě C nastane přetržení

- Skutečné napětí má dávkovaný průběh,  
protože již na rezi tělesu vzniká zaskřípení  
a zmenšený průřez  $S$ . Což během zkušeb-  
ního zjištění a kreslení před skutečnou  
údi v du napětí.

- Oddělením bude na poz. v X - pak deformace  
má část def. pružné a plastické deformace

$\epsilon_{max}$  přetržení bude označeno  $\underline{\epsilon}$  ( $\epsilon_{max} = \underline{\epsilon}$ )

TAŽNOST:  $\underline{\epsilon}_{5,10} = \frac{l_{max} - l_0}{l_0} \cdot 100 [\%]$

$\epsilon = \frac{\Delta l_{max}}{l_0} [-]$

2.A  
14.9.2000

Zmenšený průřez

KONTRAKCE: poměrné zmenšení průřezu

(psv)

$\psi = \frac{S_0 - S}{S_0} [-]$

$\psi = \frac{\Delta S}{S_0} \cdot 100 [\%]$

PEVNOST:  $\sigma_{PE} = \frac{F_P}{S_0} [MPa]$ ; MEZ KLUZU:  $\sigma_{kt} = \frac{F_k}{S_0} [MPa]$

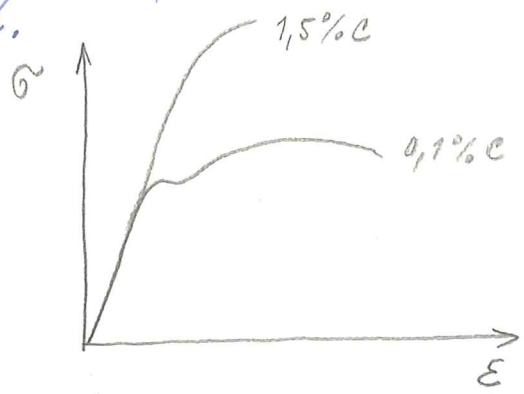
NORMA MATERIÁLU - UKÁZKA

$\sigma_{PE} \dots R_m$      $\epsilon \dots A$  ( $\epsilon_{5,10}$ )

$\sigma_k \dots R_e$      $\psi \dots Z$

— podle tvárnosti a kontrakce posuvnější houbovina-  
poč materiálů

↓ % plnění se zvyšuje  $\sigma_{kt}$  i  $\sigma_{PE}$  a než klouže  
mizí.

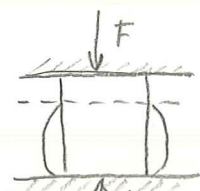


$\sigma_{kt}$  se pak měří pro  $\epsilon = 0,002 \dots$  A; 0,2%  
přivodní délky (viz. norm. jako vzor)

$\sigma_{kt 0,2} \dots$

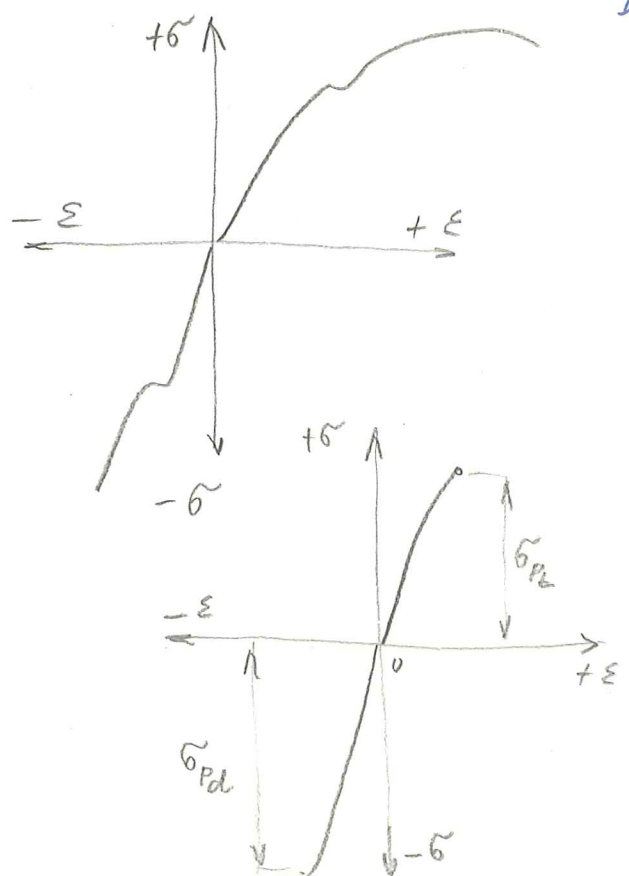
$\frac{\sigma_{kt}}{\sigma_{PE}} < 0,6$  pro měkké oceli

$\frac{\sigma_{kt}}{\sigma_{PE}} > 0,6$  až 0,85 pro oceli rekrutální (nástěbné-kyvové)



Zkouška tlaku

Deformace v tlaku  
běží na prodloužení  
u houbovatejších mate-  
riálů tloušťka nic měří  
Nelze zjistit nepřímo

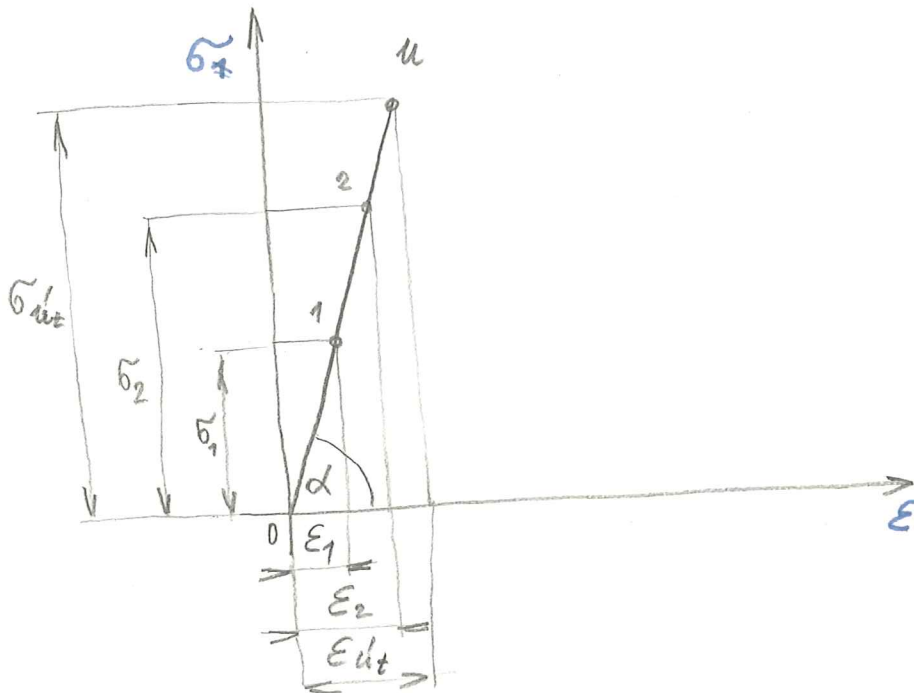


Křehké materiály rekrutní  
 $\sigma_u$   $\sigma_E$  ani  $\sigma_k$ . Pouze  $\sigma_{PE}$

$\sigma_{Pd} \Rightarrow$  až  $3 \sigma_{PE}$

# HOOKEŮV ZÁKON PRO TAH A TLAK

z diagramu již víme, že do mezí úměrnosti je deformace přímo úměrná zatížení.



$$\frac{\sigma_1}{\epsilon_1} = \frac{\sigma_2}{\epsilon_2} = \frac{\sigma_u}{\epsilon_u} = \tan \alpha = \text{konst.} = E$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon} = E \text{ [MPa]}$$

$\sigma = E \cdot \epsilon$  mat. vyjádření Hookeova zákona

E ..... modul pružnosti v tahu

E = 2,1 · 10<sup>5</sup> MPa ... pro ocel (do teploty 100°C, pak podle křivky)  
STROJNICKÉ TABULKY STR. 50 (NORHY MATERIÁLŮ)

E = σ ..... Δl/l<sub>0</sub> = 1 je to napětí při kterém by se prodloužila na dvojnásobnou délku  
že v all. rovnice

E = (2 ÷ 10) MPa pro ocel

## DEFORMAČNÍ PODMÍNKY - TAH, TLAK

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad \text{a} \quad \epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Příklad:  
TENZOMETR  
LASER  
MECH. MĚŘ.

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l_0} \quad \dots \quad \Delta l = \frac{F l_0}{ES} \quad [\text{mm}]$$

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \epsilon = \frac{F}{ES}$$

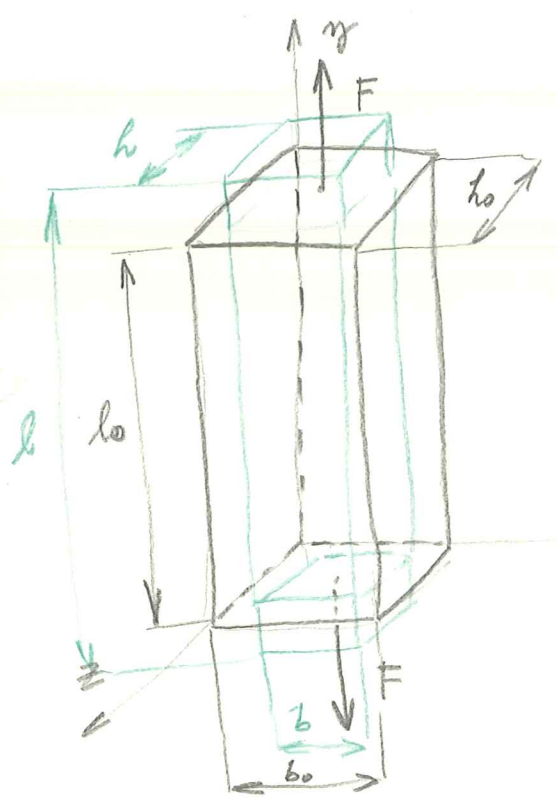
E .... konstanta nezávislá na jakosti oceli  
Tuhlost povrchů před podstatně (E.S)  
ovlivňuje deformaci

! Deformace oceli ovlivnit kvalitou drávek  
materiálu

(pouze zádron průřezem) **UTAHOVÁNÍ - MOMENT, SPOUBA - KLÍČ** Pozn. využít!

POMĚRNÁ ZMĚNA DĚLKY A PRŮŘEZOVÝCH ROZMĚRŮ

Prodloužení  $\Delta l$  je doprovázeno zúžením průřezu.



$$\epsilon_x = \frac{\Delta b}{b_0} \quad \Delta b = b_0 - b$$
$$\epsilon_z = \frac{\Delta h}{h_0} \quad \Delta h = h_0 - h$$
$$\epsilon_y = \frac{\Delta l}{l_0} \quad \Delta l = l - l_0$$

Francouzský vědec Poisson

pro  $\Phi$   $\epsilon_x = \epsilon_z = \frac{\Delta b}{b_0} = \frac{\Delta h}{h_0}$

$$\left| \frac{\epsilon_x}{\epsilon_y} \right| = \left| \frac{\epsilon_z}{\epsilon_y} \right| = \mu$$

$\mu$  .... Poissonovo číslo

$\frac{1}{\mu} = m$  .... Poissonova konstanta

$\mu = 0 \div 0,5$

horek...  $\mu = 0,0$   
ocel...  $\mu = 0,3$  Pamatuj

$\mu = 0,25$  ... litina  
 $\mu = 0,5$  ... pryž